

## ارائه یک مدل رفتاری یکپارچه ناهمسانگرد برای شبیه‌سازی رفتار سنگ‌های نرم

بهنام قبادی<sup>۱</sup>؛ احسان طاهری<sup>۲\*</sup>؛ سیدعلی قریشیان امیری<sup>۳</sup>؛ مصلح افتخاری<sup>۴</sup>

۱- دانشجوی دکتری، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

۲- استادیار، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

۳- استادیار، دانشکده مهندسی عمران دانشگاه علم و فناوری نروژ، نروژ.

۴- استادیار، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

دریافت: ۱۴۰۳/۰۱/۲۳؛ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۳/۲۷

\*نویسنده مسئول: [e\\_taheri@modares.ac.ir](mailto:e_taheri@modares.ac.ir)

### چکیده

در این مقاله از الگوی رفتاری یکپارچه ناهمسانگرد برای شبیه‌سازی رفتار سنگ‌های نرم استفاده شده است. در الگوی رفتاری یکپارچه ارائه شده از قانون جریان ناهمراه و مفهوم حالت بحرانی استفاده شده است. علاوه بر این، الگوی پیشنهادی براساس مفهوم سطح زیر بارگذاری برای پیش بینی رفتار انتقال نرم از حالت الاستیک به پلاستیک توسعه داده شده است. به منظور پیاده سازی مدل از روش ضمنی اویلر استفاده شده است. برای مدلسازی ناهمسانگردی از یک مدل ۱۳ صفحه‌ای استفاده استفاده شده است که هر کدام از این صفحات دارای رفتار الاستوپلاستیک هستند. رفتار کلی خاک از محاسبه رفتار جداگانه صفحات منفرد متعدد در جهات مختلف در یک نقطه محاسبه می‌شود. مجموعه‌ای از معادلات سازنده غیر متعارف در هر صفحه به طور جداگانه استفاده شد. با استفاده از این مدل اثر ناهمسانگردی القایی مدل‌سازی می‌شود. در ادامه، ۳ نمونه سنگ نرم تحت بارگذاری یکنواخت در شرایط زه‌کشی شده با مدل رفتاری یکپارچه شبیه‌سازی و با داده‌های آزمایشگاهی سه محوره مقایسه شدند. برای هر کدام از آزمایشهای انجام شده در فشارهای جانبی مختلف نمودارهای تنش انحرافی- کرنش محوری و کرنش حجمی- کرنش محوری ترسیم شد. با توجه به نتایج بدست آمده از شبیه‌سازی‌های عددی، رفتار کرنش نرم شوندگی، مقدار مقاومت حداکثر و رفتار نمونه‌های سنگی قبل و بعد از مقاومت حداکثر به طور قابل قبولی شبیه‌سازی شد. نشان داده شد که مدل توسعه داده شده را می‌توان به طور مطلوبی برای شبیه‌سازی رفتار سنگ‌های نرم استفاده کرد.

مدل رفتاری یکپارچه، بارگذاری یکنواخت، سطح زیر بارگذاری، تئوری چند صفحه‌ای، ناهمسانگردی

واژگان کلیدی

### ۱- مقدمه

باشد. با مدلسازی دقیق رفتار خاک و سنگ مهندسان می‌توانند پایداری و راندمان پروژه‌ها را بهبود بخشند. یکی از مدل‌های رفتاری متداول برای شبیه‌سازی رفتار خاک‌ها، الگوی کم-کلی<sup>۱</sup> بر اساس مفهوم حالت بحرانی توسط روسکو

استفاده از مدل‌های رفتاری مناسب برای پیش بینی و درک رفتار صحیح سنگ و خاک در مطالعات ژئوتکنیکی مهم می‌-

<sup>1</sup> Cam Clay

در سنگ‌ها (ناهمسانگردی ساختاری<sup>۱۵</sup>)، (۲) وضعیت تنش برجا و شرایط تنش اولیه بر روی خاک‌ها و سنگ‌ها (ناهمسانگردی ذاتی<sup>۱۶</sup>) و (۳) وضعیت فعلی تنش که به خاک و سنگ اعمال می‌شود (ناهمسانگردی القایی<sup>۱۷</sup>) [۱۱]. دو روش متداول برای مدل‌سازی ناهمسانگردی خاک‌ها عبارتند از: (۱) استفاده از تکنیک‌های مدل‌سازی مانند روش مدل‌سازی چند صفحه‌ای، (۲) استفاده از قانون سخت‌شوندگی چرخشی [۱۲] تا [۱۵]. تعدادی از پژوهشگران رفتار ناهمسانگرد خاک‌ها و سنگ‌ها را مورد بررسی قرار داده‌اند. دافالیاس و منظری یک مدل کشسان خمیری حالت بحرانی براساس تئوری سطح پیرامونی برای مطالعه رفتار ماسه‌ها تحت عنوان SANISAND ارائه کردند [۱۶]. گائو و همکاران (۲۰۱۴) یک الگوی رفتاری جدید برای مطالعه ناهمسانگردی ذاتی ناشی از بافت ماسه‌ها در حالت بحرانی ارائه کردند [۱۷]. دافالیاس و طبیبات (۲۰۱۶) یک الگوی رفتاری با عنوان SANISAND-Z را با استفاده از تئوری خمیری تعمیم یافته ارائه کردند و عملکرد الگوی رفتاری SANISAND را در حالت بارگذاری سیکلی بهبود دادند [۱۸]. فرانکوئیس و همکاران (۲۰۱۱) با استفاده از مدل رفتاری دراگر-پراگر<sup>۱۸</sup> توسعه یافته رفتار ناهمسانگرد سنگ‌های رسوبی نرم را مطالعه کردند [۱۹]. بنت و همکاران (۲۰۱۹)، از مدل رفتاری دراگر-پراگر با کپ توسعه یافته<sup>۱۹</sup> برای شبیه‌سازی ناهمسانگردی در سنگ آهک استفاده کردند [۲۰]. فو و همکاران (۲۰۱۲) یک الگوی رفتاری جدید را برای سنگ‌های رسوبی نرم که قادر به شبیه‌سازی ناهمسانگردی ذاتی و وابستگی رفتار به تنش محصور کننده<sup>۲۰</sup> می‌باشد در فضای تنش تعمیم یافته<sup>۲۱</sup> و بر مبنای تئوری سطح زیربارگذاری<sup>۲۲</sup> ارائه کردند [۲۱]. کای و همکاران (۲۰۲۱) سنگ نرم<sup>۲۳</sup> را به عنوان یک خاک با نسبت بیش تحکیمی بالا در نظر گرفتند و سپس یک مدل رفتاری

و اسکوفیلد می‌باشد که در ادامه، در همین قالب، الگوی اصلاح شده کم-کلی<sup>۱</sup> توسط روسکو و بورلند، برای رس با نسبت بیش تحکیمی<sup>۲</sup> بالاتر پیشنهاد شد [۱] و [۲]. با توجه به محدودیت‌های موجود در این مدل رفتاری تلاشهایی برای توسعه یک الگوی رفتاری یکپارچه<sup>۳</sup> برای رس و ماسه در ادبیات موضوع انجام شده است [۳] تا [۸]. یک الگوی یکپارچه با استفاده از مفهوم سطح پیرامونی<sup>۴</sup> و بر اساس قانون نگاشت شعاعی<sup>۵</sup> توسط مقدم و همکاران (۲۰۲۲)، جهت شبیه‌سازی رفتار رس و ماسه توسعه داده شده است. این الگو در قالب مفاهیم حالت بحرانی<sup>۶</sup> و پارامتر حالت<sup>۷</sup> ارائه شده است. در الگوی یکپارچه پیشنهادی از یک قانون جریان ناهمراه<sup>۸</sup> و قانون سخت‌شوندگی همسانگرد<sup>۹</sup> استفاده شده است. بعلاوه جهت پیاده‌سازی الگوی حاضر از روش ضمنی<sup>۱۰</sup> بر اساس الگوریتم نگاشت بازگشتی<sup>۱۱</sup> استفاده شده است [۸]. در طی دهه‌های اخیر مطالعات متعددی برای استفاده از مدل‌های رفتاری توسعه یافته توسط محققین مختلف انجام شده است. روشن و طاهری تاثیر کرنشهای خمیری را بر روی مخازن نفتی مطالعه کردند و از مدل رفتاری یکپارچه در مدل رفتاری ارتقا یافته چند مقیاسی- چند فیزیکی<sup>۱۲</sup> استفاده کردند [۹]. کومار و همکاران تغییر شکل پلاستیک مخازن ذخیره‌سازی گاز هیدروژن را تحت بارگذاری چرخه‌ای<sup>۱۳</sup> مطالعه و از مدل رفتاری کم کلی اصلاح شده برای بارگذاری چرخه‌ای سنگ شیل و ماسه سنگ استفاده کردند [۱۰]. بیشتر مدل‌های رفتاری ارتقا داده شده بر این فرض استوار هستند که خاکها و سنگ‌ها دارای یک رفتار همسانگرد<sup>۱۴</sup> هستند در حالی که مصالح سنگی و خاکی عمدتاً و ذاتاً ناهمسانگرد هستند یعنی این که خواص فیزیکی و مقاومتی این مصالح در جهت‌های مختلف متغیر می‌باشد. به طور کلی ۳ نوع ناهمسانگردی در خاک و سنگ داریم: (۱) آرایش اولیه بافت خاک و وجود درزه

<sup>13</sup> Cyclic Loading

<sup>14</sup> Isotropic

<sup>15</sup> Structural anisotropy

<sup>16</sup> Inherent anisotropy

<sup>17</sup> Stress-induced anisotropy

<sup>18</sup> Drucker-Prager

<sup>19</sup> Modified Drucker- Prager cap (MDPC)

<sup>20</sup> Confining pressure

<sup>21</sup> Generalized stress space

<sup>22</sup> Sub-loading surface

<sup>23</sup> Soft rock

<sup>1</sup> Modified Cam-Clay

<sup>2</sup> Over consolidated

<sup>3</sup> Unified model

<sup>4</sup> Bounding surface concept

<sup>5</sup> Radial mapping rule

<sup>6</sup> Critical state

<sup>7</sup> Critical state parameter

<sup>8</sup> Non-associated flow rule

<sup>9</sup> Isotropic hardening rule

<sup>10</sup> Implicit integration scheme

<sup>11</sup> Return mapping algorithm

<sup>12</sup> Multiscale- Multiphysic

$$\varepsilon_v = (\varepsilon_a + 2\varepsilon_r) \quad (3)$$

$$\varepsilon_q = 2/3(\varepsilon_a - \varepsilon_r) \quad (4)$$

در روابط بالا زیرنویس های  $a$  و  $r$  بترتیب بیانگر مولفه محوری و عمودی می‌باشد. همچنین بر اساس نظریه خمیری، فرض شده است که افزایش کرنش کل  $d\varepsilon$  از دو بخش کشسان و خمیری طبق معادله (۵) تشکیل می‌شود.

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^q \quad (5)$$

### ۲-۱- رفتار الاستیک

افزایش کرنش الاستیک ناشی از تنش بوسیله رابطه زیر بیان می‌شود.

$$d\varepsilon^e = (D^e)^{-1} d\sigma' \quad (6)$$

در رابطه (۶)  $(D^e)^{-1}$  بیانگر ماتریس سختی<sup>۸</sup> می‌باشد و از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$D^e = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 3G \end{bmatrix} \quad (7)$$

در رابطه ارائه شده،  $K$  و  $G$  بترتیب بیانگر مدول بالک و مدول برشی می‌باشد. مدول بالک و برشی بترتیب از روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$K = \frac{vp'}{\kappa} \quad (8)$$

$$G = \frac{3(1-2\mu)K}{2(1+\mu)} \quad (9)$$

در روابط (۸) و (۹)،  $v = 1 + e$  حجم مخصوص،  $\kappa$  شیب خط بارگذاری- باربرداری در صفحه  $\ln p'$  و  $e$  و  $\mu$  نشان دهنده نسبت پواسون است.

### ۲-۲- رفتار پلاستیک

در الگوی پیش رو، توصیف رفتار خمیری، بر مبنای نظریه سطح پیرامونی است. از دو سطح بارگذاری<sup>۱۲</sup> و سطح پیرامونی<sup>۱۳</sup> استفاده شده است [۲۶] و [۲۷].

الاستوپلاستیک جدید براساس مدل رفتاری کلاسیک کم-کلی پیشرفته توسعه دادند. مدل پیشنهادی توسعه داده شده قادر است با معرفی یک تابع تسلیم جدید، تأثیر شکل سطح تسلیم بر رفتار مکانیکی سنگ نرم را به خوبی مدل سازی کند [۲۲].

پس از اشباع شدن محیط، رفتار مکانیکی سنگ‌های نرم مشابه رفتار رس‌های با نسبت بیش تحکیمی بالا می‌شود. این سنگ‌ها رفتار کرنش نرم شوندگی<sup>۱</sup> و اتساع<sup>۲</sup> را در حالت بارگذاری زهکشی شده و در فشارهای محصور کننده پایین از خود نشان می‌دهند [۲۳]، [۲۴] و [۲۵]. بنابراین برای مطالعه رفتار این نوع از سنگ‌ها می‌توان از الگوهای رفتاری توسعه یافته بر مبنای مدل رفتاری کم-کلی اصلاح شده استفاده کرد. در مطالعه پیش رو یک الگوی رفتاری یکپارچه الاستوپلاستیک برای مطالعه رفتار ناهمسانگردی در سنگ‌های نرم ارائه شده است. این الگوی رفتاری مدل توسعه یافته مدل مقدم و همکاران (۲۰۲۲) است [۸] که رفتار ناهمسانگرد مصالح ژئوتکنیکی با استفاده از اضافه کردن تئوری چند صفحه‌ای<sup>۳</sup> به مدل مذکور شبیه سازی شده است. در ادامه الگوی رفتاری توسعه داده شده با استفاده از داده‌های آزمون آزمایشگاهی سه محوری سنگ‌های مختلف اعتبار سنجی شده است.

### ۲- فرمول بندی الگو

در این قسمت، الگوی یکپارچه پیشنهادی جهت مدل سازی رفتار بارگذاری یکنواخت تحت شرایط زهکشی شده<sup>۴</sup> و زهکشی نشده<sup>۵</sup> با جزئیات ارائه شده است. در فضای تنش سه محوره<sup>۶</sup> با ساده سازی روابط مقدار پارامترهای تنش متوسط موثر<sup>۷</sup>، تنش تفاضلی<sup>۸</sup>، کرنش حجمی<sup>۹</sup> و کرنش تفاضلی<sup>۱۰</sup> از روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$p' = (\sigma'_a + 2\sigma'_r)/3 \quad (1)$$

$$q = (\sigma'_a - \sigma'_r) \quad (2)$$

<sup>8</sup> Deviatoric stress

<sup>9</sup> Volumetric strain

<sup>10</sup> Deviatoric strain

<sup>11</sup> Stiffness Matrix

<sup>12</sup> Loading surface

<sup>13</sup> Bounding surface

<sup>1</sup> Strain softening

<sup>2</sup> Dilatation

<sup>3</sup> Multilaminate theory

<sup>4</sup> Drained

<sup>5</sup> Undrained

<sup>6</sup> Three-dimensional stress space

<sup>7</sup> Effective mean stress

### ۲-۳- سطح پیرامونی

تابع سطح پیرامونی در مدل پیشنهادی بوسیله رابطه زیر محاسبه می‌شود [۳].

$$F(\sigma'_b) = \left(\frac{q_b}{M_{cr} p'_b}\right)^N + \ln\left(\frac{p'_b}{p_{cb}}\right) / \ln(R) \quad (10)$$

در رابطه (۱۰)،  $\sigma'_b = [p'_b \quad q_b]$  تصویر نقطه تنش فعلی<sup>۱</sup> بر روی سطح پیرامونی است.

$p_{cb}$  پارامتر سخت شوندگی ایزوتروپ است و اندازه سطح بارگذاری را کنترل می‌کند. همچنین  $N$  و  $R$  فراسنج های ماده هستند.  $M_{cr}$  شیب خط حالت بحرانی در صفحه  $q - p'$  می‌باشد.  $M_{cr}$  بر اساس زاویه اصطکاک داخلی  $\varphi$  و طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$M_{cr} = \frac{6 \sin \varphi}{3 \bar{\epsilon} - \sin \varphi} \quad (11)$$

در رابطه بالا  $\bar{\epsilon}$  پارامتری اسکالر و وابسته به مقدار  $\bar{q}$  می‌باشد.

$$\bar{\epsilon} = \begin{cases} +1 & \text{if } \bar{q} = q - \bar{\alpha}_q \geq 0, \text{ compressive loading} \\ -1 & \text{if } \bar{q} = q - \bar{\alpha}_q < 0, \text{ extensive loading} \end{cases} \quad (12)$$

پیرامونی است. که در آن  $\gamma = 0$  و  $\gamma = 1$  بترتیب بیانگر وضعیت الاستیک و سطح پیرامونی است. همچنین پارامترهای  $\bar{\sigma}'$ ،  $\bar{q}$  و  $\bar{p}'$  بوسیله رابطه های زیر بیان می‌شود.

$$\bar{\sigma}' = \sigma' - \bar{\alpha}; \bar{q} = q - \bar{\alpha}_q; \bar{p}' = p' - \bar{\alpha}_p \quad (14)$$

در روابط بالا،  $\sigma' = (p', q)$  وضعیت فعلی تنش بر روی سطح بارگذاری و  $\bar{\alpha} = (\bar{\alpha}_p, \bar{\alpha}_q)$  تنش قبلی<sup>۲</sup> است.

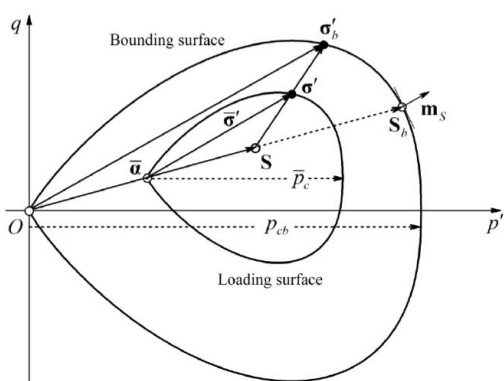
### ۲-۵- قانون نگاشت

با توجه به تشابه هندسی سطوح بارگذاری و پیرامونی، می‌توان رابطه زیر را بین حالت تنش فعلی و تصویر آن و همچنین مولفه‌های تنشی برقرار کرد:

$$\bar{\sigma}' = \gamma \sigma'_b; \bar{p}_c = \gamma p_{cb}; \bar{\alpha} = (1 - \gamma) S \quad (15)$$

با جایگذاری رابطه (۱۴) در رابطه (۱۵) قانون نگاشت شعاعی زیر حاصل می‌شود.

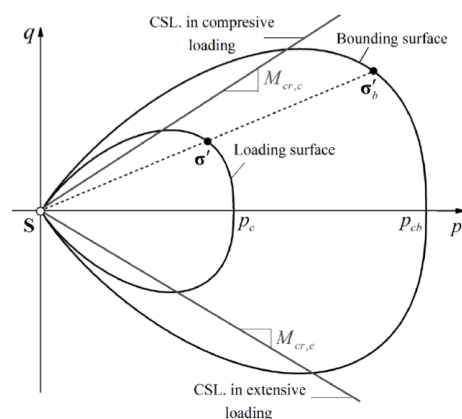
$$\sigma'_b = \frac{1}{\gamma} \sigma' - \frac{1 - \gamma}{\gamma} S \quad (16)$$



شکل ۲- شرح هندسی تعیین نقطه تصویر تنش

### ۲-۶- قانون سخت شوندگی ایزوتروپ

در صورت ایجاد کرنش‌های خمیری در ماده، سطح تسلیم دچار تغییر و رشد خواهد شد. به عبارت دیگر، با وقوع تغییر شکل‌های خمیری، سطح تسلیم می‌تواند در فضای تنشی منبسط یا منقبض شود یا به نقطه‌ای دیگر در این فضا منتقل شود. این تغییر و رشد در سطح تسلیم از طریق قانون سخت‌شدگی توصیف می‌شود. در پژوهش پیش رو از قانون سخت شوندگی ایزوتروپ استفاده شده است. قانون سخت



شکل ۱- سطوح بارگذاری، پیرامونی و قانون نگاشت شعاعی

### ۲-۴- سطح زیر بارگذاری

سطح زیر بارگذاری با استفاده از رابطه زیر تعریف می‌شود.

$$F(\bar{\sigma}') = \left(\frac{\bar{q}}{M_{cr} \bar{p}'}\right)^N + \ln\left(\frac{\bar{p}'}{\gamma p_{cb}}\right) / \ln(R) \quad (13)$$

در این معادله،  $\gamma$  بیانگر نسبت اندازه سطح بارگذاری به سطح

<sup>2</sup> Back stress

<sup>1</sup> Current stress point

بتوان تاثیر نسبت بیش تحکیمی ( $OCR$ ) را به طور خاص برای مواد رسی را در نظر گرفت [۲۸] و [۲۹].

$$d = \frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_q^p} = \frac{d_0}{M_{cr}} \left( \frac{M_{cr}}{\bar{\eta}} \gamma^\beta \exp(m\psi) - 1 \right) \quad (۱۸)$$

در رابطه بالا  $d$  اتساع،  $d_0$ ،  $\beta$  و  $m$  پارامترهای مصالح،  $\bar{\eta} = (\bar{q}/\bar{p}')$  نسبت تنش<sup>۳</sup> و  $\psi$  پارامتر بحرانی است و از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\psi = \vartheta - \vartheta_{cr} = \vartheta - (\vartheta_\Gamma - \lambda \ln(p')) \quad (۱۹)$$

در رابطه (۱۹)  $\vartheta_\Gamma$  و  $\lambda$  پارامترهای مصالح هستند که خط حالت بحرانی را در صفحه  $\vartheta - \ln(p')$  تعیین می‌کند. نهایتاً افزایش کرنش خمیری می‌تواند بوسیله رابطه زیر بیان شود.

$$d\varepsilon^p = d\Lambda \cdot m; m^T = \left[ \frac{d}{\sqrt{1+d^2}} \quad \frac{\tilde{t}}{\sqrt{1+d^2}} \right] \quad (۲۰)$$

بیشماری صفحات تخت که مماس بر نقاط مختلف سطح کره هستند تقریب زده شود. در این پژوهش از یک مدل ۱۳ صفحه‌ای که هر کدام از صفحات دارای رفتار الاستیک-پلاستیک هستند استفاده شده است. رفتار خاک از مجموع رفتار این صفحات بدست می‌آید. از یک سری معادلات ساختاری غیر کلاسیک<sup>۵</sup> در هر یک از صفحات به صورت جداگانه استفاده شده است. برای ارزیابی مقدار تابع در هر نقطه، با توجه به مقادیر تابع در صفحات مختلف نیمکره، می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد [۳۰]، [۳۱] و [۳۲]:

$$\int_\Omega \int f(x, y, z) d\Omega = 8\pi \sum_{i=1}^{i=13} w_i f_i(x_i, y_i, z_i) \quad (۲۱)$$

کسینوس‌های هادی ۱۳ صفحه مورد نظر به همراه ضرایب وزنه آن‌ها در جدول ۱ نشان داده شده است.

شوندگی ایزوتروپ بر این فرض است که با ایجاد تغییر شکل‌های خمیری شکل و مرکز سطح تسلیم ثابت باقی خواهد ماند، اما این سطح می‌تواند حول مرکزش منبسط یا منقبض شود. قانون سخت شوندگی ایزوتروپ با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$dp_{cb} = \frac{\vartheta p_{cb}}{\lambda - \kappa} d\varepsilon_v^p \quad (۱۷)$$

در این رابطه  $\lambda$  ضریب تراکم پذیری الاستو پلاستیک<sup>۱</sup> است.

## ۲-۷- قانون اتساع

قانون اتساع<sup>۲</sup> جهت جریان پلاستیک را در داخل مصالح تعیین می‌کند. در این مطالعه، قانون اتساع عمومی پیشنهاد شده توسط لی و دافالباس به صورت جزئی اصلاح شده است تا

الگوی پیشنهادی به روش ضمنی اوپلر<sup>۴</sup>، بر اساس الگوریتم نگاشت بازگشتی پیاده سازی شده است.

## ۲-۸- تئوری چند صفحه‌ای

در این نظریه، اساس اولیه محاسبه انتگرال عددی از یک تابع مشخص ریاضی با گسترش آن در سطح کره با شعاع واحد انجام می‌گیرد. این تابع ریاضی می‌تواند تغییرات خواص فیزیکی گوناگون را در سطح کره بیان نماید. سطح کره فرضی با شعاع واحد در انتگرال گیری عددی می‌تواند با تعداد

$\Omega$  مساحت کره را نشان می‌دهد.  $n$  نشان دهنده تعداد نقاط تعریف شده و  $w_i$  ضریب وزنه<sup>۶</sup>  $i$  امین نقطه مبنا می‌باشد.

<sup>4</sup> Implicit backward Euler scheme

<sup>5</sup> Non-classical

<sup>6</sup> Weight coefficient

<sup>1</sup> Elastoplastic compressibility coefficient

<sup>2</sup> Dilatancy rule

<sup>3</sup> Stress ratio

جدول ۱- شماره صفحات، کسینوس های هادی و ضرائب وزنه آن ها [۲۷]

شماره صفحات	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
کسینوس های هادی	$l_i$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	0	1	0	0
	$m_i$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	1	0
	$n_i$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	0	1
$W_i$	$\frac{27}{840}$	$\frac{27}{840}$	$\frac{27}{840}$	$\frac{27}{840}$	$\frac{32}{840}$	$\frac{32}{840}$	$\frac{32}{840}$	$\frac{32}{840}$	$\frac{32}{840}$	$\frac{32}{840}$	$\frac{40}{840}$	$\frac{40}{840}$	$\frac{40}{840}$	$\frac{40}{840}$

### ۳- نحوه محاسبه پارامترهای ورودی

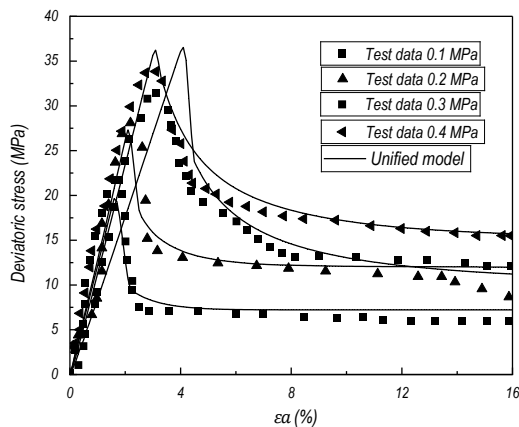
پارامترهای ورودی الگوی رفتاری قبل از انجام شبیه سازی بایستی اندازه گیری شود. در این الگو، رفتار الاستیک مصالح بوسیله  $\mu$  و  $K$  تعریف می شود. بازه نسبت پواسون  $\mu$  برای خاک و سنگ عموماً دارای مقداری بین  $0.2 - 0.4$  است و مقدار آن می تواند توسط آزمایش سه محوری با در نظر گرفتن رفتار کشسان در صفحه  $\epsilon_a - \epsilon_v$  تعیین شود.  $K$  بیان کننده شیب خط باربرداری در صفحه  $\ln p' - \theta$  است. این فراسنج برای ماسه دارای مقداری بین  $0.01 - 0.001$  و برای رس در محدوده  $0.06 - 0.1$  است و مقدار آن می تواند توسط آزمایشهای تحکیم همسانگرد<sup>۱</sup> تعیین شود. در الگوی پیشنهادی  $M_{cr}, \lambda, e_r$  فراسنجهای حالت بحرانی هستند.  $\lambda, e_r$  موقعیت خط حالت بحرانی را در صفحه  $e - \ln(p')$  تعیین می کنند.  $\lambda$  معرف شیب خط حالت بحرانی (خط بارگذاری) و  $e_r$  مشخص کننده نسبت تخلخل حالت بحرانی در فشار محصور کننده واحد می باشد و می توانند با استفاده از آزمایشهای تحکیم همسانگرد به دست آیند. بعلاوه  $M_{cr}$  بیان کننده شیب خط حالت بحرانی در صفحه  $q - p'$  است و دارای مقادیر مختلفی برای حالت های بارگذاری فشاری و کششی است که به صورت غیر مستقیم بر اساس زاویه اصطکاک داخلی در حالت تسلیم خاک تعیین میشود. همچنین میتوان این فراسنج را به طور مستقیم با استفاده از آزمایشهای سه محوری بوسیله نسبت تنشهای موثر حالت بحرانی در مسیرهای بارگذاری مختلف تعیین کرد. در الگوی پیش رو دو فراسنج  $N$  و  $R$  در معادله تابع تسلیم استفاده شده

است. که در آن  $N$  کنترل کننده شکل سطح تسلیم و  $R$  تعیین کننده نسبت بین  $p'_c$  و  $p'$  در نقطه برخورد خط حالت بحرانی با سطح بارگذاری می باشد. این فراسنجهای در الگوهای کم-کلی و کم-کلی اصلاح شده ثابت فرض شده اند. برای مقادیر  $N = 1$  و  $R = 2.718$  سطح تسلیم الگوی کم-کلی و به ازای مقادیر  $N = 1.7$  و  $R = 2$  به طور تقریبی سطح تسلیم الگوی اصلاح شده کم-کلی حاصل می شود. بر اساس نتایج آزمایشگاهی مقدار  $R$  برای رس در محدوده  $3 - 1/5$  و برای ماسه دارای مقادیر بزرگتری است. همچنین فراسنج  $N$  دارای مقداری بین  $5 - 1$  است. مقادیر  $N$  و  $R$  میتوانند بوسیله مسیرهای تنش موثر حاصل از آزمایشهای سه محوری زهکشی نشده بر روی خاک در حالت سست آنها، کالیبره شوند. با فرض این که کرنشهای الاستیک در مقایسه با کرنشهای پلاستیک ناچیز هستند، پارامترهای اتساع  $(d_0, \beta, m)$  را می توان با برازش منحنی نسبت تنش- اتساع کل در آزمون های فشاری سه محوری زهکشی شده استاندارد تعیین کرد.

$u$  فراسنجی است که رفتار نرم از حالت کشسان به خمیری را کنترل می کند. این فراسنج را می توان بوسیله منحنی تنش- کرنش تعیین کرد. برای مقادیر کوچک از فراسنج  $u$  میتوان گفت رفتار ماده نرمتر خواهد بود و هر چه مقدار این فراسنج افزایش یابد، الگو به حالت کلاسیک خود نزدیک شده و رفتار ماده از حالت کشسان به خمیری، به صورت ناگهانی تغییر خواهد کرد.

<sup>1</sup> Isotropic Consolidation

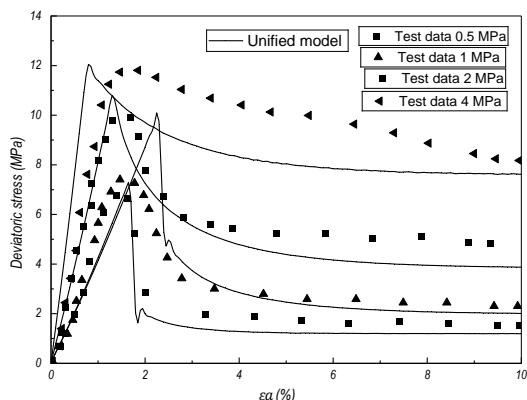
با استفاده از مدل رفتاری پیش رو شبیه سازی شده است.



شکل ۳- نمودار تنش انحرافی- کرنش محوری مربوط به نمونه گل سنگ شیل دار

#### ۱۰-۲- آزمایش زهکشی شده بر روی سنگ اهیا

آزمایشهای سه محوره زهکشی شده در آزمایشگاه بر روی نمونه سنگ اهیا توسط فو و همکاران (۲۰۱۲) انجام شده است [۲۱]. نمونه سنگ‌های اهیا دارای قطر ۵۰ میلی‌متر و نسبت ارتفاع به قطر ۲ می‌باشند. این نمونه‌ها در فشارهای جانبی متفاوت در بازه ۰/۱ تا ۴ مگاپاسکال مورد آزمایش قرار گرفتند. با توجه به نتایج بدست آمده از آزمایشات انجام شده نمونه‌های سنگی در فشارهای جانبی مختلف دارای رفتار کرنش نرم شوندگی می‌باشند. مدل رفتاری پیشنهادی به طور قابل قبولی مقدار تنش حداکثر و رفتار بعد از تنش حداکثر را پیش بینی می‌کند. نتایج کرنش حجمی بر اساس کرنش محوری در شکل (۴) و (۵) ارائه شده است.



شکل ۴- نمودار تنش انحرافی- کرنش محوری مربوط به

#### ۴- مدل سازی آزمون‌های آزمایشگاهی

در پژوهش پیش رو، مدلسازی آزمایشهای سه محوری در شرایط زهکشی شده برای ۳ نمونه سنگ با استفاده از الگوی یکپارچه ناهمسانگرد انجام شد و نتایج آن با نتایج آزمونهای آزمایشگاهی مقایسه شد. در جدول ۲، فراسنجهای استفاده شده برای نمونه سنگ‌های مورد مطالعه در این پژوهش آورده شده است.

جدول ۲- فراسنجهای مدل برای سنگ‌های مورد مطالعه

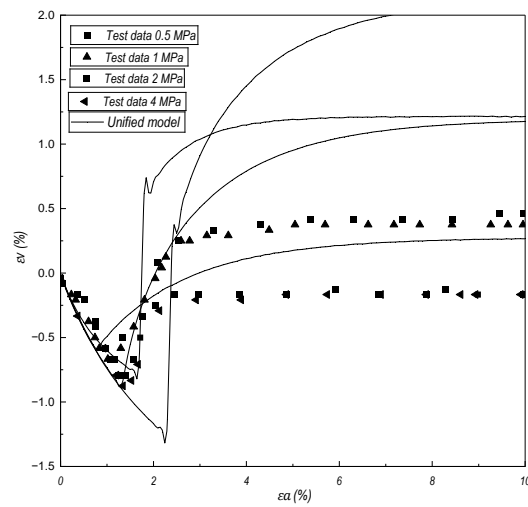
فراسنجهای	گل سنگ	سنگ	شیل	کلرادو
پارامترهای الاستیک	G (GPa)	1.25	0.46	0.82
	$\kappa$	0.0021	0.0092	0.0124
پارامترهای حالت بحرانی	$M_{cr,c}$	2.40	1.25	0.75
	$M_{cr,e}$	0.8	0.82	0.9
	$\lambda$	0.0365	0.0242	0.0242
	$\vartheta_r$	1.80	2.3	2.3
سطح پیرامونی	N	1.5	1.4	1.3
	R	2.2	2	1.8
اتساع (قانون جریان)	$d_0$	1.2	1.35	0.9
	$\beta$	0.01	0.02	0
	m	0	0	0
سخت شوندگی	$u_0$	55	35	40
	$S_0$ (kPa)	30000	22000	26000

#### ۹-۲- آزمایش زهکشی شده بر روی گل سنگ

##### شیل دار

تعدادی تست سه محوره زهکشی شده بر روی گل سنگ شیل دار توسط زنگ و همکاران (۲۰۲۰) انجام شده است [۳۳]. در آزمایش‌های انجام شده از مقدار فشار جانبی در بازه ۰/۱ تا ۰/۴ مگاپاسکال استفاده شده است. مقادیر پارامترهای مدل برای این تست در جدول (۲) ارائه شده است. در شکل (۳) نتایج بدست آمده توسط الگوی یکپارچه با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه شده است. با توجه به نتایج، داده‌های آزمایش به خوبی توسط مدل پیش رو قابل مدلسازی هستند. همچنین رفتار کرنش نرم شوندگی به طور قابل ملاحظه‌ای

نمونه سنگ اهیا

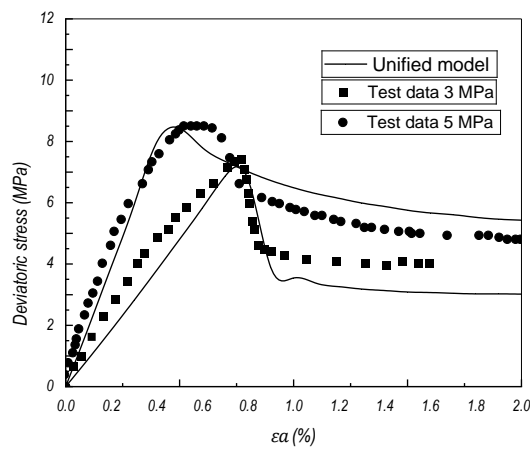


شکل ۵- نمودار کرنش حجمی - کرنش محوری مربوط به نمونه سنگ اهییا

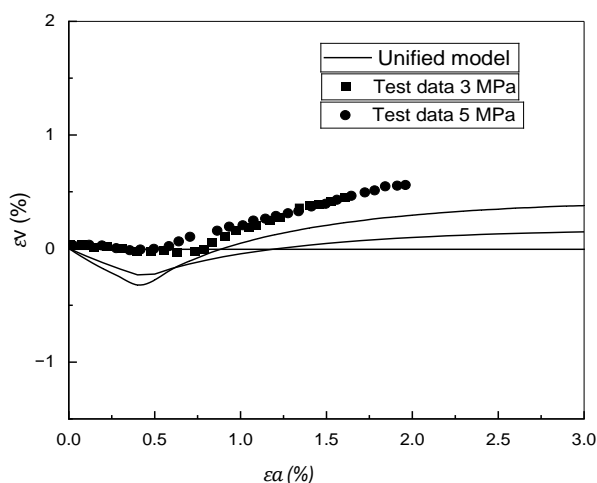
کلرادو در دو فشار جانبی ۳ و ۵ مگا پاسکال آزمایش انجام شده است [۳۴] و [۳۵]. با توجه به نمودارهای ارائه شده قبل از مقاومت حداکثر مدل به طور قابل قبولی رفتار سنگ را پیش‌بینی می‌کند.

### ۲-۱۱- آزمایش زهکشی شده بر روی شیل کلرادو

در شکل (۶) و (۷) نتایج محاسبه شده توسط الگوی یکپارچه و آزمونهای آزمایشگاهی ارائه شده است. بر روی نمونه شیل



شکل ۶- نمودار تنش انحرافی - کرنش محوری مربوط به نمونه شیل کلرادو



شکل ۷- نمودار کرنش حجمی- کرنش محوری مربوط به نمونه سنگ شیل کلرادو

نشان می‌دهد که این الگو به طور قابل قبولی می‌تواند جهت مدلسازی رفتار سنگ‌های نرم تحت بارگذاری یکنواخت به کار گرفته شود.

#### ۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، از الگوی رفتاری یکپارچه ناهمسانگرد برای مدلسازی رفتار سنگ‌های نرم استفاده شده است. الگوی رفتاری یکپارچه یک الگوی کشسان-خمیری برای شبیه سازی رفتار رس و ماسه بر اساس مفاهیم حالت بحرانی و سطح پیرامونی است. در این الگو به منظور مدلسازی ویژگی‌های رفتاری رس بیش تحکیم یافته و ماسه متراکم از جمله رفتار انتقال فاز، یک قانون اتساع عمومی در فرمولبندی الگو استفاده شده است. با اضافه کردن تئوری چند صفحه‌ای به مدل مذکور ناهمسانگردی خاک‌ها و سنگ‌ها قابل مدلسازی شد. در تئوری چند صفحه‌ای از یک مدل ۱۳ صفحه‌ای که هر کدام از صفحات دارای رفتار الاستیک-پلاستیک هستند استفاده شد. رفتار خاک از مجموع رفتار این صفحات بدست می‌آید. از یک سری معادلات ساختاری غیر کلاسیک در هر یک از صفحات به صورت جداگانه استفاده شده است. این مدل قادر است که رفتار نرم شونده‌گی خاک و سنگ را به طور واقعی‌تری بعلت استفاده از مدل پلاستیسیته غیر کلاسیک مدلسازی کند. در واقع به نوعی تاثیر ناهمسانگردی القایی را نیز در نظر می‌گیرد. در این مقاله سنگ‌های نرم مشابه با رس‌های با نسبت بیش تحکیمی بالا با الگوی یکپارچه مدلسازی شد. در ادامه ۳ نمونه سنگ، تحت آزمایش‌های سه محوری زهکشی شده یکنواخت مدلسازی شد و با داده‌های گزارش شده آزمایشگاهی مقایسه گردید. نتایج حاصل از مدلسازی الگوی یکپارچه در مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی

## ۶- منبع ها

- [1] Roscoe, K. H. (1963). Mechanical behaviour of an idealised 'wet clay'. In Proc. 2nd European Conf. Soil Mech., 1963 (pp. 47-54).
- [2] Roscoe, K., & Burland, J. B. (1968). On the generalized stress-strain behaviour of wet clay.
- [3] Yu, H.S. (1998). CASM: A unified state parameter model for clay and sand. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 22(8), 621-653.
- [4] Yu, H.S. (2007). *Plasticity and geotechnics* (Vol. 13). Springer Science & Business Media.
- [5] Yu, H.S., Khong, C., & Wang, J. (2007). A unified plasticity model for cyclic behaviour of clay and sand. *Mech. Res. Commun.*, 34(2), 97-114.
- [6] Yu, H.S., Zhuang, P.Z., & Mo, P.Q. (2019). A unified critical state model for geomaterials with an application to tunnelling. *J. Rock Mech. Geotech. Eng.*, 11(3), 464-480.
- [7] Xiao, Y., Liu, H., Liu, H., & Sun, Y. (2016). Unified plastic modulus in the bounding surface plasticity model. *Sci. China Technol. Sci.*, 59, 932-940.
- [8] Moghadam, S.I., Taheri, E., Ahmadi, M., & Ghoreishian Amiri, S.A. (2022). Unified bounding surface model for monotonic and cyclic behaviour of clay and sand. *Acta Geotech.*, 17(10), 4359-4375.
- [۹] روشن امید، طاهری احسان (۱۴۰۰). تاثیر کرنش‌های خمیری بر تغییر شکل مخازن نفتی، نشریه علمی- پژوهشی مکانیک سنگ، دوره ششم، شماره اول، بهار ۱۴۰۱، صفحه ۱ تا ۱۱.
- [10] Kumar, K. R., Honorio, H. T., & Hajibeygi, H. (2022). Simulation of the inelastic deformation of porous reservoirs under cyclic loading relevant for underground hydrogen storage. *Scientific Reports*, 12(1), 21404.
- [11] Dejaloud, H., & Rezaia, M. (2021). Adaptive anisotropic constitutive modeling of natural clays. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 45(12), 1756-1790.
- [12] Wang, R., Cao, W., Xue, L., & Zhang, J. M. (2021). An anisotropic plasticity model incorporating fabric evolution for monotonic and cyclic behavior of sand. *Acta Geotechnica*, 16(1), 43-65.
- [13] Rezaia, M., & Dejaloud, H. (2021). BS-CLAY1: Anisotropic bounding surface constitutive model for natural clays. *Computers and Geotechnics*, 135, 104099.
- [14] Rezaia, M., & Dejaloud, H. (2022). A bounding surface constitutive model with a moving projection centre for highly overconsolidated clays. *Journal Name, Volume*(Issue), Page Range.
- [15] Yamakawa, Y., Hashiguchi, K., Sasaki, T., Higuchi, M., Sato, K., Kawai, T., & Iguchi, T. (2021). Anisotropic subloading surface Cam-clay plasticity model with rotational hardening: Deformation gradient-based formulation for finite strain. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 45(16), 2321-2370.
- [16] Dafalias, Y. F., & Manzari, M. T. (2004). Simple plasticity sand model accounting for fabric change effects. *Journal of Engineering Mechanics*, 130(6), 622-634.
- [17] Gao, Z., Zhao, J., Li, X. S., & Dafalias, Y. F. (2014). A critical state sand plasticity model accounting

- for fabric evolution. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 38(4), 370-390.
- [18] Dafalias, Y. F., & Taiebat, M. (2016). SANISAND-Z: zero elastic range sand plasticity model. *Géotechnique*, 66(12), 999-1013.
- [19] François, B., Collin, F., Dizier, A., & Charlier, R. (2011). An extended Drucker-Prager hardening model for cross-anisotropy of soft rocks. In *Proceedings of the 15th European Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering* (pp. 537-540). IOS Press.
- [20] Bennett, K. C., Regueiro, R. A., & Luscher, D. J. (2019). Anisotropic finite hyper-elastoplasticity of geomaterials with Drucker-Prager/Cap type constitutive model formulation. *International Journal of Plasticity*, 123, 224-250.
- [21] Fu, Y., Iwata, M., Ding, W., Zhang, F., & Yashima, A. (2012). An elastoplastic model for soft sedimentary rock considering inherent anisotropy and confining-stress dependency. *Soils and Foundations*, 52(4), 575-589.
- [22] Cui, K., Hu, B., Cui, A., Li, J., Wei, E., & Zhang, Z. (2021). An extended super/subloading surface model for soft rock considering structure degradation. *PLOS One*, 16(10), e0258813.
- [23] He, Z., Zhang, S., Teng, J., & Xiong, Y. (2017). A thermo-elastoplastic model for soft rocks considering structure. *Comptes Rendus Mécanique*, 345(11), 752-763.
- [24] Zhang, S., Leng, W., Zhang, F., & Xiong, Y. (2012). A simple thermo-elastoplastic model for geomaterials. *International Journal of Plasticity*, 34, 93-113.
- [25] Kang, X., Liao, H., & Leng, X. (2020). An enhanced bounding surface plasticity model for soft rock subjected to drained and undrained condition. *Computers and Geotechnics*, 127, 103742.
- [26] Dafalias, Y. F., & Popov, E. P. (1975). A model of nonlinearly hardening materials for complex loading. *Acta Mechanica*, 21(3), 173-192.
- [27] Hashiguchi, K. (1989). Subloading surface model in unconventional plasticity. *International Journal of Solids and Structures*, 25(8), 917-945.
- [28] Li, X. S., & Dafalias, Y. F. (2000). Dilatancy for cohesionless soils. *Géotechnique*, 50(4), 449-460.
- [29] Gao, Z., Zhao, J., & Yin, Z. Y. (2017). Dilatancy relation for overconsolidated clay. *International Journal of Geomechanics*, 17(5), 06016035.
- [30] Peyman, F., & Sadrnejad, S. A. (2018). Numerical Analysis of Sand Behavior based on Modified Multi-laminate Model. *International Journal of New Technology and Research*, 2(8), 263445.
- [31] Sadrnezhad, S., & Ghoreyshian, A. S. (2010). A simple unconventional plasticity model within the multilaminate framework.
- [32] Ghoreishian Amiri, S. A. (2014). Application of the multi-laminate sub-loading surface model in the simulation of a pipe-jacking operation. *Numerical Methods in Civil Engineering*, 1(2), 41-47.
- [33] Zeng, L., Yu, H. C., Gao, Q. F., & Bian, H. B. (2020). Mechanical behavior and microstructural mechanism of improved disintegrated carbonaceous mudstone. *Journal of Central South University*,

27(7), 1992-2002.

- [34] Mohamadi, M., Wan, R., & Shen, Z. (2018). An elastoplastic description of frictional destructuration in natural clays and shales. *Acta Geotechnica*, 13, 911-924.
- [35] Mohamadi, M., & Wan, R. G. (2016). Strength and post-peak response of Colorado shale at high pressure and temperature. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 84, 34-46.



## Providing a Unified Anisotropic Behavioral Model for Simulating the Behavior of Soft Rocks

Behnam Ghobadi<sup>1</sup>; Ehsan Taheri<sup>1\*</sup>; Seyed Ali Ghoreishian Amiri<sup>2</sup>; Mosleh Eftakhari<sup>1</sup>

1- Faculty of Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

2- PoreLab, Department of Civil and Environmental Eng., Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Trondheim, Norway.

Received: 11 April 2024    Accepted: 16 June 2024  
(Corresponding author: e\_taheri@modares.ac.ir)

### **Keywords**

Unified Model  
Monotonic Loading  
Sub-loading Surface  
Multilaminate Theory  
Anisotropic Behavior

### **Final English Extended Abstract**

#### **Summary**

In the present paper, a unified anisotropic behavioral model for geotechnical materials is presented. The aim of this study is to simulate the behavior of soft rocks under monotonic loading conditions. The behavior of three samples of soft rock under monotonic loading in drained conditions was simulated using the proposed unified behavioral model and compared with the results of triaxial laboratory tests. A good correlation was achieved between the model and laboratory data through the simulation of triaxial tests at various confining pressures.

The developed model is capable of adequately simulating strain-softening behavior, maximum stress, and the behavior of rock samples both before and after reaching maximum stress. Therefore, the developed model can be effectively used to simulate the behavior of soft rocks.

#### **Introduction**

The use of appropriate behavioral models for predicting and understanding the correct behavior of rocks and soils in geotechnical studies is important. One of the common behavioral models for simulating the behavior of soils is the Cam-Clay model based on the concept of critical state. Given the limitations of this behavioral model, efforts have been made by various researchers to develop a unified behavioral model for clay and sand. Most of the enhanced behavioral models are based on the assumption that soils and rocks exhibit isotropic behavior, while rock and soil materials are inherently anisotropic.

#### **Methodology and Approaches**

The proposed anisotropic unified behavioral model employs the non-associated flow rule and the concept of critical state. Furthermore, the proposed model is developed based on the concept of the sub-loading surface. To implement the model, the implicit Euler method is utilized. In this model, the anisotropic behavior of geotechnical materials is simulated using the multilaminate theory. The proposed unified behavioral model was used to simulate the behavior of three soft rock samples subjected to monotonic loading in drained conditions, and the results were compared with those obtained from triaxial laboratory tests.

#### **Results and Conclusions**

For the laboratory tests conducted on various rocks at different lateral pressures, graphs of deviatoric stress versus axial strain and volumetric strain versus axial strain were plotted. The results indicate a high level of agreement between the model simulation and the laboratory data. The developed model effectively simulates strain-softening behavior, peak stress, and the behavior of rock samples both before and after reaching peak stress. Thus, it can be effectively utilized to model the behavior of soft rocks.