

بررسی رفتار شکست مود II خالص قطعات سنگی دارای شیار U شکل با استفاده از یک قطعه‌ی مستطیلی

جواد اکبردوست^{۱*}؛ رویا آتش زای^۱

۱- گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران.

دریافت: ۱۴۰۳/۰۱/۱۷؛ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۳/۳۱

(*نویسنده مسئول: akbardooost@khu.ac.ir)

چکیده

شکاف‌ها که به عنوان یک افزایش دهنده تنش عمل می‌کنند، جزو ذات اصلی توده‌های سنگی هستند و وجود این ناپیوستگی‌های هندسی باعث کاهش شدید بارپذیری سنگ‌ها می‌گردد. برخی از این شکاف‌ها که به صورت طبیعی و یا مصنوعی در توده‌های سنگی ایجاد می‌شوند، را می‌توان به صورت شیار U شکل در نظر گرفت. وجود شیار U شکل نیز با تمرکز تنش همراه است که این امر شکست توده‌های سنگی را تحت الشعاع قرار می‌دهد. بنابراین بررسی شکست توده‌های سنگی دارای شیار U شکل یکی از موضوعات مهم در حوزه مکانیک سنگ می‌باشد. در این مقاله، شکست مواد سنگی دارای شیار U شکل، تحت بارگذاری مود II خالص بررسی می‌شود. برای این منظور، ابتدائاً، قطعات مستطیلی دارای شیار U شکل از جنس مرمریت هرسین تهیه گردیدند و تحت خمش چهار نقطه‌ای پادمقارن آزمایش شدند. با توجه به صفر شدن ضریب شدت تنش شیار مود I می‌توان گفت که شرایط مود II خالص در این قطعه ایجاد می‌شود. سپس با استفاده از دو معیار تنش پایه که نسبتاً ساده هستند، سعی می‌گردد تا نتایج آزمایشگاهی تخمین زده شود. نتایج ارزیابی‌ها حاکی از آن است که معیارهای مذکور، می‌توانند در محدوده‌ی قابل قبول مهندسی شرایط شکست قطعات سنگی شیاردار را تخمین بزنند.

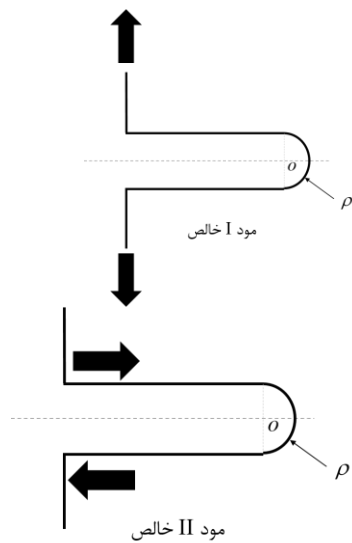
مکانیک شکست سنگ، قطعه مستطیلی شکل، شیار U شکل، مود II خالص، معیار بیشینه تنش محیطی، معیار بیشینه تنش متوسط.

واژگان کلیدی

۱- مقدمه

و عوامل مؤثر بر آن، در حل و بررسی مسائل مهندسی مربوط به سازه‌های سنگی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. این مسئله برای مهندسان مکانیک در طراحی ماشین آلات حفاری یا ابزار خرد کردن سنگ، برای مهندسان نفت در طراحی عملیات حفاری چاه‌های نفتی و گازی و برای مهندسان عمران در طراحی تونل‌ها و پی ریزی سدها حائز اهمیت می‌باشد. لذا باید به بررسی شرایط شکست توده‌های سنگی شیاردار پرداخت. در برخی از توده‌های سنگی به صورت طبیعی و یا

بر خلاف سایر مواد، سنگ‌ها به طور مصنوعی ساخته نمی‌شوند و دارای تاریخچه‌ای از مجموعه فرآیندهای زیادی هستند که طی سال‌ها صورت گرفته‌اند. در طول این سالها، ترک، شکاف و شکستگی‌های ذاتی در توده‌های سنگی به وجود می‌آید که از وجوه بارز این توده‌ها می‌باشد. امکان گسترش و رشد این شکاف‌ها در اثر عوامل مختلف مکانیکی و محیطی وجود دارد. دانستن چگونگی شکست توده‌های سنگی



شکل ۱- شماتیکی از بارگذاری مود I و مود II خالص در قطعات شیار دار U شکل.

در رابطه با قطعات دارای شیار U شکل سنگی نیز تاکنون تحقیقات محدودی صورت گرفته است. به عنوان مثال، قدیریان و همکاران [۱۲] آزمایشهایی بر روی قطعات دایروی دارای شیار U شکل از جنس سنگ مرمریت قروه در حالت بارگذاری مود I خالص (حالتی که لبه‌های شیار بدون هیچگونه لغزشی از هم باز می شوند)، انجام دادند و به بررسی رفتار شکست قطعات سنگی شیاردار پرداختند. جاستو و همکاران [۱۳، ۱۴] نیز به بررسی شکست قطعات سنگی دارای شیار U شکل در حالت بارگذاری مود I با استفاده از قطعه‌ی مستطیلی پرداختند. همچنین، سنگ سفیدی و همکاران [۱۵] نیز به بررسی قطعات سنگی با شیار U شکل در حالت بارگذاری مرکب III پرداختند و با استفاده از معیار بیشینه تنش محیطی و همراهی تحلیل المان محدود سعی داشتند تا بار شکست قطعات دایروی شکل آزمایش شده را تخمین بزنند. در تحقیقی دیگر، سنگ سفیدی و همکاران [۱۶] به بررسی اثرات اندازه بر رفتار شکست قطعات سنگی با شیار V شکل نوک تیز در حالت بارگذاری مود I پرداختند. عرب نیا و همکاران [۱۷] نیز شکست قطعات سنگی با شیار V شکل نوک تیز در حالت بارگذاری مرکب III را بررسی

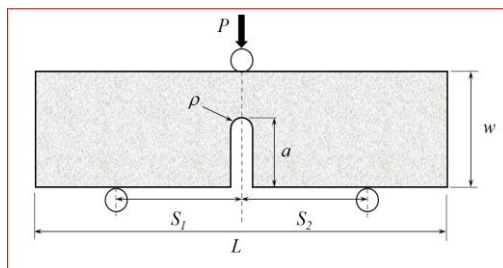
مصنوعی شکافهایی ایجاد می شود که می توان آنها به عنوان شیار U شکل در نظر گرفت. وجود اینگونه شیارها، باعث به وجود آمدن تمرکز تنش و در پی آن، کاهش بارپذیری توده‌های سنگی می‌شود. لذا، بررسی شکست توده‌های سنگی با شیار U شکل از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. از سوی دیگر، با توجه به نحوه‌ی قرارگیری شیار در راستای بارهای اعمالی، توده‌های سنگی می‌توانند تحت مودهای مختلف بارگذاری قرار گیرند. با توجه به اینکه نوع بارگذاری بر مقاومت در برابر شکست و مسیر رشد شکست تأثیر گذار است؛ به منظور بررسی جامع‌تر شکست توده‌های سنگی دارای شیار باید شرایط بارگذاری را نیز در نظر گرفت. لبه‌های شیار متناسب با محل قرارگیری شیار و نحوه‌ی اعمال بار، می‌تواند در جهات مختلفی حرکت نمایند و مودهای مختلف بارگذاری به وجود آید. چنانچه لبه‌های شیار به گونه‌ای حرکت کنند که بدون هیچگونه لغزشی از هم باز شوند، مود I و یا مود بازشوندگی می‌گویند. در برخی شرایط، ممکن است لبه‌های شیار بدون هیچگونه بازشدگی و یا فشردگی در دو جهت مخالف هم و عمود بر جبهه شیار، حرکت لغزشی داشته باشند که در علم مکانیک شکست به این نوع حرکت لبه‌های شیار، مود II بارگذاری^۱ گفته می‌شود. در شکل ۱ شماتیکی از بارگذاری مود I و مود II نشان داده شده است.

در رابطه با بررسی شکست قطعات دارای شیار U شکل در حالت بارگذاری مود II خالص و در مواد غیر سنگی تحقیقات زیادی صورت گرفته است. در این زمینه می‌توان به پژوهش‌های معتمدی و همکاران [۲، ۱] بر روی نمونه‌های دو-فلزی^۲، پژوهش‌های ترابی و همکاران [۳، ۴]، لیویری [۵] و آیت‌اللهی و همکاران [۶، ۷] بر روی نمونه‌هایی از جنسهای پلیمری و گرافیت اشاره کرد. همچنین با توجه به اینکه با میل کردن شعاع نوک شیار U شکل به سمت صفر، شیار U شکل تبدیل به ترک شده و تمرکز تنش در آن به شدت بالا می‌رود؛ در رابطه با بررسی شکست قطعات سنگی ترک‌دار نیز تحقیقات زیادی صورت گرفته است به عنوان مثال می‌توان به پژوهش‌های پالانیسوامی و همکاران [۸]، ریچی و همکاران [۹] و آیت‌اللهی و همکاران [۱۰، ۱۱] اشاره کرد.

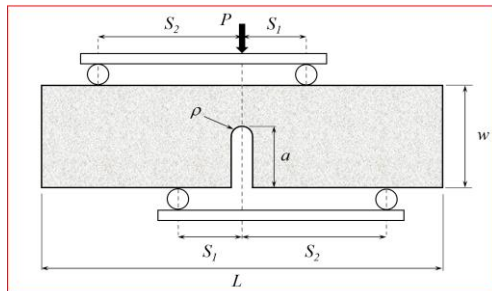
^۲ Bimetal

^۱ Pure mode II loading

چنانچه این قطعه تحت بار خمشی سه نقطه قرار گیرد (شکل ۲-ب)، در مرکز آن نیروی برشی صفر و فقط ممان خمشی وجود دارد. بنابراین، لبه‌های شیار تحت تنش کششی قرار می‌گیرند و بدون هیچگونه لغزشی از هم باز می‌شوند. در این حالت، شرایط بارگذاری مود I خالص ایجاد می‌گردد. اگر همین قطعه تحت بار خمشی چهار نقطه‌ای پاد متقارن قرار گیرد (مطابق شکل ۲-ب)، در خط مرکزی قطعه (جاییکه شیار واقع شده است)، مقدار ممان خمشی صفر می‌شود و فقط نیروی برشی وجود دارد. آنگاه لبه‌های شیار فقط تحت تنش برشی قرار می‌گیرند و بدون هیچ بازشدگی و یا فشردگی نسبت به هم حرکت لغزشی دارند. در این حالت، مود II خالص ایجاد می‌شود. البته، چنانچه قطعه تحت خمشی چهار نقطه‌ای به صورت متقارن قرار گیرد، در این حالت نیز مود I خالص ایجاد می‌شود.



الف



ب

شکل ۲- نمونه آزمایشگاهی مستطیلی دارای شیار U شکل تحت بار خمشی الف) متقارن، ب) پاد متقارن. به منظور تهیه قطعات مورد نیاز برای انجام آزمایش‌های شکست، نمونه‌های SEUNB با استفاده از دستگاه واتر جت از یک صفحه از جنس مرمریت هرسین به ضخامت تقریبی ۳۰ م.م. بریده شدند. همچنین، شیار قطعات نیز با استفاده از

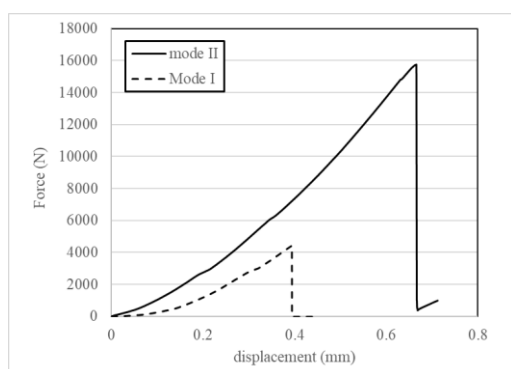
کردند. در اکثر مقالات اشاره شده، از نمونه‌های دیسکی شکل برای بررسی رفتار شکست قطعات سنگی شیاردار استفاده شده است که تولید نمونه‌های دایره‌ای با معایب و سختی‌هایی همراه می‌باشد. به عنوان مثال، برای تهیه قطعات دیسکی شکل، معمولاً از دستگاه مغزه‌گیری استفاده می‌شود که قطر و شرایط محدودی برای استفاده دارد. همچنین، برای ایجاد ترک و یا شیار (به ویژه قطعه‌ی دیسک برزلی که ترک و یا شیار باید در مرکز آن ایجاد شود)، به روش‌های نسبتاً سخت و پیچیده‌ای نیاز است. لذا، استفاده از قطعات مستطیلی که بتوانند هم مود I و هم مود II بارگذاری را ایجاد کنند، به جهت سهولت در تهیه و ساخت (به ویژه وقتی که ماده خام سنگی جهت تولید نمونه‌ها به صورت کوپ سنگ و یا ورق باشد)، می‌تواند گزینه مناسبی برای بررسی تجربی رفتار شکست سنگ-ها باشد. در این مقاله، سعی خواهد شد تا قطعه‌ی مستطیلی دارای شیار U شکل، برای حالت بارگذاری مود II خالص معرفی و بررسی شود. در این راستا، ضمن معرفی قطعه، آزمایش‌هایی بر روی نمونه‌های مستطیلی شکل با شیار U شکل از جنس سنگ مرمریت هرسین صورت می‌گیرد. با توجه به نتایج اجزا محدود و صفر شدن ضریب شدت تنش شیار مرتبط با مود I، می‌توان نتیجه گرفت که شرایط مود II خالص در این قطعه قابل استحصال است. در انتها نیز سعی می‌شود تا شرایط شکست این قطعه با استفاده از دو معیار تنش پایه (معیار بیشینه تنش محیطی و معیار بیشینه تنش متوسط) که معیارهای ساده‌ای هستند و در تحقیقات گذشته، به دفعات برای تخمین شرایط شکست قطعاتی از جنس گرافیت و PMMA مورد استفاده قرار گرفته بود [۶]، پیش بینی گردد.

۲- آزمایش شکست

همانطور که اشاره شد، قطعه‌ی مورد نظر برای بررسی آزمایشگاهی رفتار شکست قطعات سنگی با شیار U شکل، قطعه‌ی مستطیلی دارای شیار U شکل^۱ (SEUNB) می‌باشد. در شکل ۲ شماتیکی از این قطعه نشان داده شده است. این قطعه، در حقیقت، یک تیر با سطح مقطع مستطیلی بوده که دارای طول L، عرض w و ضخامت t می‌باشد و یک شیار با طول a و شعاع ρ در وسط یک لبه‌ی آن ایجاد شده است.

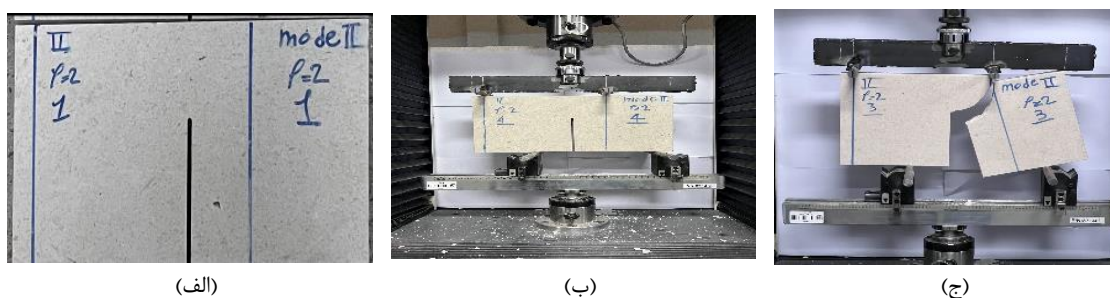
^۱ Single edge U-notched beam (SEUNB)

صورت خطی است. بنابراین، می‌توان از معیارها و روابط مکانیک شکست الاستیک خطی استفاده نمود. در جدول ۱ مقادیر متوسط بار شکست و میزان انحراف معیار برای نمونه های آزمایش شده در حالت بارگذاری مود I و مود II خالص بیان شده است. شکل ۴ نیز، یک نمونه‌ی مستطیلی شکل با شیار ۴ م.م. تحت بار خمشی چهار نقطه‌ای نامتقارن قبل، حین و پس از آزمایش را نشان می‌دهد. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود، ترک از لبه‌ی شیار شروع به رشد می‌کند و در یک مسیر منحنی‌وار به مرز بالایی قطعه می‌رسد.



شکل ۳- یک نمونه از نمودار بار-جابجایی برای قطعه‌ی شیاردار با شعاع ۴ میلی‌متر در حالت بارگذاری مود I و مود II .

دستگاه واتر جت ایجاد گردیدند. برای بررسی بهتر رفتار شکست قطعات سنگی، نمونه‌ها برای ۳ شعاع شیار متفاوت (۱، ۲ و ۴ م.م.) تهیه شدند. به دلیل اینکه برای تخمین شرایط شکست نمونه‌های آزمایش شده در حالت بارگذاری مود II ، از معیارهای تنش پایه استفاده خواهد شد و در این معیارهای به مقاومت شکست قطعات در حالت بارگذاری مود I نیاز می‌باشد، تعدادی نمونه‌ی مستطیلی شکل نیز برای حالت بارگذاری مود I تهیه شدند. با توجه به اینکه برای هر حالت بارگذاری و شعاع شیار ۴ تکرار نیز در نظر گرفته شده بود، در مجموع ۲۴ نمونه شیاردار تهیه و آزمایش شدند. ابعاد و هندسه نمونه‌های آزمایش شده در جدول ۱ بیان شده است. پس از تهیه نمونه‌ها، آن‌ها با استفاده از فیکسچرهای مناسب و با استفاده از دستگاه سنتام $STM-150$ مورد آزمایش، قرار گرفتند. بارگذاری به صورت جابجایی-کنترل و با سرعت ۰/۵ میلی‌متر بر دقیقه تا شکست کامل قطعات صورت گرفت. در حین بارگذاری، مقادیر نیرو بر حسب زمان توسط دستگاه ثبت گردید و بیشینه بار که در لحظه شکست ثبت شده است، به عنوان بار شکست در نظر گرفته شد. در شکل ۳ نیز نمونه‌ای از نمودار بار-جابجایی برای حالت مود I و مود II خالص نشان داده شده است. همانطور که در این دو نمودار مشاهده می‌شود، نمودار تا قبل از بار شکست و شکستن قطعه تقریباً به



شکل ۴- نمونه آزمایش شده با شعاع شیار ۲ میلی‌متر (الف) قبل از شکست، (ب) حین آزمایش، (ج) بعد از شکست.

جدول ۱ - ابعاد هندسه و بارشکست میانگین نمونه‌ها.

	$\rho(mm)$	$W(mm)$	$L(mm)$	$a(mm)$	$t(mm)$	$S_1(mm)$	$S_2(mm)$	$P_f(N)$	$S.D. (N)$	$K_{If}^{U,\rho} (MPa \cdot \sqrt{m})$	$K_{II}^{U,\rho} (MPa \cdot \sqrt{m})$
Mode I	۱	۱۸۶	۳۳۰	۱۱۲	۳۰	۱۴۶	۱۴۶	۳۱۹۶	۶۴۵	۱/۴۳۵	۰
	۲	۱۸۶	۳۳۰	۱۱۲	۳۰	۱۴۶	۱۴۶	۳۸۸۱	۳۵۰	۱/۷۶۹	۰
	۴	۱۸۶	۳۳۰	۱۱۲	۳۰	۱۴۶	۱۴۶	۴۱۷۷	۴۴۰	۱/۹۵۶	۰
Mode II	۱	۱۸۶	۳۳۰	۱۱۲	۳۰	۵۶	۱۴۶	۱۳۰۸۵	۱۵۵۵	۰	۲/۰۱۰
	۲	۱۸۶	۳۳۰	۱۱۲	۳۰	۵۶	۱۴۶	۱۷۰۴۶	۲۷۹۲	۰	۲/۳۴۷
	۴	۱۸۶	۳۳۰	۱۱۲	۳۰	۵۶	۱۴۶	۱۹۳۸۶	۲۷۰۹	۰	۳/۳۲۲

در نظر گرفت.

چنانچه در تحلیل‌های اجزا محدود، بار شکست به عنوان بار وارده به قطعه در نظر گرفته شود، مقادیر ضرایب شدت تنش شیار محاسبه شده، به عنوان مقادیر ضرایب شدت تنش شیار بحرانی^۲ ($K_{II}^{U,\rho}$ و $K_{If}^{U,\rho}$) در نظر گرفته خواهد شد که به نوعی بیانگر مقاومت قطعه شیاردار در برابر شکست می باشد. در این تحقیق نیز مقادیر ضرایب شدت تنش شیار بحرانی برای هر دو حالت مود I خالص و مود II خالص با استفاده از تحلیل اجزا محدود محاسبه و در جدول ۱ بیان شده‌اند. همانطور که در این جدول مشاهده می شود، با افزایش شعاع شیار، هم بار شکست و هم مقدار $K_{II}^{U,\rho}$ افزایش می یابد. علت این امر این است که با افزایش شعاع شیار، مقدار تمرکز تنش کاهش می یابد و بنابراین، قطعه در بار بیشتری می شکند. در ادامه سعی خواهد شد تا مقادیر $K_{II}^{U,\rho}$ حاصل از آزمایش با استفاده از دو معیار تنش پایه تخمین زده شود.

۳- معیارهای شکست جهت تخمین شرایط

شکست قطعات سنگی شیاردار

همانطور که اشاره شد، سعی بر این است تا با استفاده از دو معیار تنش پایه که تاکنون در مقالات متعددی برای بررسی شرایط شکست قطعات مختلف شیاردار (با انواع شکل شیار) که از مواد مختلفی همچون گرافیت [۱۹]، شیشه [۲۰]، PMMA [۲۱] و GPPS [۲۲] به کار گرفته شده‌اند، شرایط شکست قطعه‌ی بیان شده در این تحقیق پیش‌بینی شود.

در تحقیقات گذشته برای بیان رفتار شکست قطعات شیاردار از ضرایب شدت تنش شیار^۱ که ضریب جمله اول از بسط سری تنش در اطراف شیار می باشد، استفاده می شود. برای محاسبه این ضرایب از تحلیل‌های اجزا محدود استفاده می - گردد. به عبارت دیگر، حوزه تنش اطراف شیار برای قطعه‌ی مورد نظر، با استفاده از روش اجزا محدود محاسبه شده و سپس با جاگذاری مقادیر تنش به دست آمده در روابط زیر که توسط ترابی و جعفری نژاد [۱۸] برای شیار U شکل ارائه شده است، به دست می آید:

$$K_I^{U,\rho} = \frac{\sqrt{\pi\rho}}{2} \sigma_{\theta\theta} \left(\frac{\rho}{2}, 0 \right) \quad (1)$$

$$K_{II}^{U,\rho} = \lim_{r \rightarrow \rho} \sqrt{2\pi r} \frac{\sigma_{r\theta}(r, 0)}{1 - \frac{\rho}{2r}} \quad (2)$$

که در این روابط ρ شعاع شیار، r فاصله از مرکز مختصات در نصف شعاع شیار قرار دارد و $\sigma_{\theta\theta}$ و $\sigma_{r\theta}$ به ترتیب مؤلفه‌های تنش مماسی و تنش برشی هستند که از تحلیل اجزا محدود محاسبه می شوند. جزئیات محاسبه ضرایب شدت تنش شیار برای قطعه‌ی SEUNB در دو حالت مود I و مود II خالص در قسمت ضمیمه شرح داده شده است.

در اینجا، ذکر این نکته لازم است که، چنانچه قطعه به صورت خمش سه نقطه تحت بارگذاری قرار گیرد، مقدار $K_{II}^{U,\rho}$ صفر بوده و یعنی شرایط بارگذاری به صورت مود I خالص می باشد. همچنین، هنگامیکه قطعه تحت بار چهار نقطه‌ای پاد متقارن (شکل ۲-ب) قرار می گیرد، مقدار $K_I^{U,\rho}$ برابر صفر می گردد و می توان این حالت را به عنوان حالت بارگذاری مود II خالص

^۱ Critical NSIF

^۲ Notch stress intensity factor (NSIF)

ترابی و همکاران [۱۹] هر دو معیار مذکور را برای قطعات شیاردار U شکل، به منظور تخمین شکست قطعات دیسکی شکل با شیار U شکل که از جنس گرافیت ساخته شده بودند و تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II قرار داشتند، بازنویسی کردند. در این مقاله، به جهت اختصار، از بیان جزئیات مرتبط به دو معیار MTS و MS خودداری شده و فقط روابط انتهایی بیان می گردد.

با توجه به معیار MTS ، زاویه شروع شکست برای حالت مود II خالص، با مشتق گیری از رابطه ۳ نسبت به θ و حل معادله ۴ محاسبه می گردد [۱۹]:

$$\left(\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2r_{c,u}}\right) \cos \frac{\theta_0}{2} + \frac{9}{4} \cos \frac{3\theta_0}{2} = 0 \quad (4)$$

که در این رابطه $r_{c,u}$ فاصله بحرانی از مبدا مختصات می باشد که برای شیار U شکل از رابطه زیر قابل محاسبه است [۲۸]:

$$r_{c,u} = \frac{\rho}{2} + \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_{IC}}{f_t}\right)^2 \quad (5)$$

در رابطه ۵، K_{IC} و f_t به ترتیب چقرمگی شکست و استحکام کششی ماده می باشد.

طبق معیار MTS ، رابطه‌ی شروع شکست برای حالت مود II بارگذاری که ترابی و همکاران [۱۹] ارائه نمودند، به صورت زیر می باشد:

$$K_{II}^{u,\rho} \left[\left(\frac{3}{2} - \frac{\rho}{r_{c,u}}\right) \sin \frac{\theta_0}{2} + \frac{3}{2} \sin \frac{3\theta_0}{2} \right] = \left(2 + \frac{\rho}{r_{c,u}}\right) K_{IC}^{u,\rho} \quad (6)$$

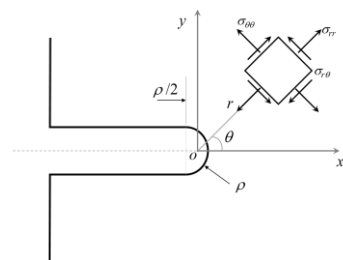
روابط ۷ و ۸ نیز، به ترتیب، زاویه شروع شکست و شرایط شکست طبق معیار MS که ترابی و همکاران [۱۹] ارائه نمودند و برای حالت مود II خالص، بازنویسی شده است، را بیان می کنند:

$$\left(\frac{3}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + \frac{9}{2} \cos \frac{3\theta_0}{2}\right) \left(\sqrt{d_c} - \sqrt{\frac{\rho}{2}}\right) + \rho \left(\frac{1}{\sqrt{d_c}} - \sqrt{\frac{2}{\rho}}\right) \cos \frac{\theta_0}{2} = 0 \quad (7)$$

معیار اول، معیار بیشینه تنش محیطی $^1(MTS)$ می باشد که اولین بار توسط اردوگان و سیه [۲۳] برای قطعات ترک‌دار ارائه شده است. سپس، آیت الهی و ترابی [۲۴] این معیار را برای قطعات شیاردار U شکل توسعه داده‌اند. در این معیار، شکست در راستایی رخ می دهد که تنش محیطی بیشترین مقدار خود را دارد. همچنین، شکست زمانی رخ خواهد داد که این بیشینه مقدار تنش در فاصله‌ی بحرانی (r_c) از نوک شیار و یا ترک به مقدار بحرانی $(\sigma_{\theta\theta c})$ که به جنس ماده بستگی دارد، برسد. معیار دوم، معیار بیشینه تنش متوسط $^2(MS)$ است که اولین بار توسط سورین [۲۵] ارائه شده و سپس توسط آیت الهی و ترابی [۲۶] برای شیار U شکل توسعه داده شده است. طبق این معیار، در ابتدا باید تنش متوسط از نوک شیار تا یک فاصله‌ی بحرانی (d_c) با استفاده از انگرال گیری محاسبه گردد. سپس، شکست در راستایی رخ می دهد که مقدار این تنش متوسط بیشینه گردد. همچنین، ترک از لبه‌ی شیار زمانی رشد خواهد کرد که این مقدار بیشینه به یک مقدار بحرانی برسد. برای استفاده از هر دو معیار جهت تخمین شکست قطعات شیاردار U شکل، باید در ابتدا، رابطه تنش محیطی اطراف شیار U شکل را دانست. برای این منظور، می توان از روابط فیلیپی و همکاران [۲۷] استفاده نمود:

$$\sigma_{\theta\theta}(r, \theta) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \left\{ K_I^{u,\rho} \left[\left(\frac{3}{2} + \frac{\rho}{r}\right) \cos \frac{\theta}{2} + \frac{1}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] + K_{II}^{u,\rho} \left[\left(\frac{3}{2} - \frac{\rho}{r}\right) \sin \frac{\theta}{2} + \frac{3}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \right\} \quad (3)$$

که در این رابطه r و θ مختصات قطبی در نوک شیار هستند که مطابق با شکل ۵ تعریف می شوند.



شکل ۵- شیار U شکل با سیستم مختصات کارتزین و قطبی.

Mean stress (MS) 2

Maximum tangential stress (MTS) 1

فواصل دورتری از نوک شیار به حد استحکام نهایی ماده می-رسد. لذا، فاصله بحرانی در این حالت افزایش می-یابد. این نکته به خوبی در جدول ۲ که مقادیر فاصله بحرانی برای هر دو معیار بیان شده است، قابل مشاهده می-باشد.

با جاگذاری مقادیر فاصله بحرانی متناسب با شعاع شیار در رابطه ۴، مقدار زاویه شروع شکست متناسب با معیار *MTS* محاسبه می-گردد که در جدول ۲ آورده شده است. همچنین، با استفاده از رابطه ۷ و جاگذاری پارامترهای این رابطه، مقدار زاویه شروع شکست متناسب با معیار *MS* نیز به دست می-آید که این مقادیر نیز در جدول ۲ بیان شده است. لازم به ذکر است که در هر دو رابطه ۴ و ۷، مقدار زاویه شروع شکست فقط به شعاع شیار و فاصله بحرانی وابستگی دارد و مستقل از ضریب شدت تنش شیار می-باشد. جدول ۲ بیانگر زوایای شکست در نمونه‌های آزمایشگاهی نیز می-باشد که این زوایا با توجه به قطعات شکسته شده مطابق با شکل ۶ به دست آمده-اند. مقایسه‌ی زوایای شکست که توسط معیارها تخمین زده شده‌اند با مقادیر تجربی نشان می-دهد که معیارها تا حد قابل قبولی می-توانند زوایای شکست در حالت بارگذاری مود II را تخمین بزنند. همچنین، در جدول ۲ می-توان مشاهده کرد که با کاهش شعاع شیار، مقدار زاویه شروع شکست افزایش می-یابد و در حالتی که شعاع شیار به مقدار صفر می-رسد (حالتی که قطعه ترک‌دار می-گردد)، مقدار پیش‌بینی معیار *MTS* به عدد ۷۰/۵ درجه که مقدار پیش‌بینی معیار *MTS* برای قطعات ترک‌دار است، می-رسد.

در انتها، با جاگذاری مقادیر محاسبه شده‌ی فاصله بحرانی و زوایای شکست در روابط ۶ و ۸، به ترتیب، مقادیر $K_{II}^{U,\rho}$ متناسب با معیار *MTS* و *MS* برای هر شعاع شیار محاسبه خواهد شد که در جدول ۳ این مقادیر ذکر شده‌اند. همانطور که در جدول ۳ مشاهده می-شود، هر دو معیار می-توانند مقادیر $K_{II}^{U,\rho}$ را با اختلاف قابل قبول در حوزه مکانیک شکست سنگ، تخمین بزنند. در حوزه مکانیک سنگ، به دلیل خاصیت ذاتی سنگها و ناهمگنی توده‌های سنگی، ممکن است شیار و یا ترک در محدوده‌های مختلفی از ریزساختارهای سنگ قرار گیرند و لذا داده‌های تجربی متنوعی ارائه دهند. به همین دلیل، معمولاً در انجام آزمایشهای مرتبط با مکانیک شکست سنگها پراکندگی داده‌ها زیاد بوده و اختلاف حدوداً ۲۰٪ برای پیش‌بینی شرایط شکست می-تواند قابل قبول باشد.

$$\frac{K_{II}^{U,\rho}}{2(d_c - \frac{\rho}{2})\sqrt{2\pi}} \left[\left(3 \sin \frac{\theta_0}{2} + 3 \sin \frac{3\theta_0}{2} \right) \left(\sqrt{d_c} - \sqrt{\frac{\rho}{2}} \right) + 2\rho \sin \frac{\theta_0}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{d_c}} - \sqrt{\frac{2}{\rho}} \right) \right] \quad (8)$$

$$= \sqrt{\frac{2}{\pi d_c}} K_{IC}^{U,\rho}$$

که در این دو رابطه d_c فاصله بحرانی متوسط از مبدأ مختصات است و از رابطه زیر محاسبه می-گردد [۲۸]:

$$d_c = \frac{\rho}{2} + \frac{2}{\pi} \left(\frac{K_{IC}}{f_t} \right)^2 \quad (9)$$

بنابراین، با داشتن مقدار چقرمگی شکست و استحکام کششی سنگ مورد نظر و دانستن مقدار ضریب شدت تنش شیار بحرانی برای حالت مود I خالص، می-توان با کمک روابط ۶ و ۸ مقدار ضریب شدت تنش شیار بحرانی در حالت مود II خالص را تخمین زد.

۴- بررسی نتایج آزمایش

اولین گام برای هر دو معیار، محاسبه فاصله بحرانی می-باشد که برای این منظور باید مقدار چقرمگی شکست و استحکام کششی سنگ مرمیت هرسین را دانست. چنانچه به جای شیار *U* شکل، یک ترک در لبه‌ی قطعه‌ی مستطیلی ایجاد شود و تحت بار خمشی سه نقطه قرار گیرد، مقدار چقرمگی شکست حاصل خواهد شد. با انجام آزمایش بر روی قطعه‌ی مستطیلی ترک‌دار، مقدار چقرمگی شکست هرسین آزمایش شده، برابر با $2/56 \text{ MPa}\sqrt{m}$ به دست آمد. همچنین، با انجام آزمایش فشار قطری بر روی قطعه‌ی دیسک بدون ترک به شعاع ۲۵ م.م، مقدار استحکام کششی برابر با $7/37 \text{ MPa}$ به دست می-آید.

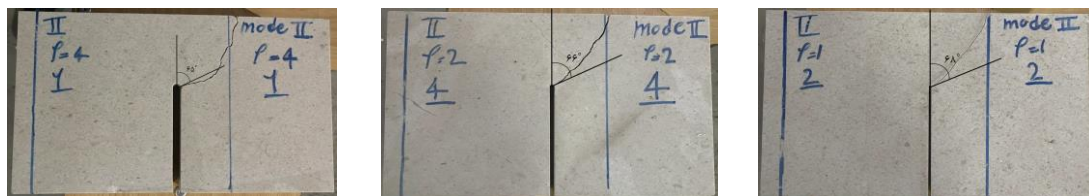
حال، با جاگذاری مقادیر بیان شده برای چقرمگی شکست و استحکام کششی در روابط ۵ و ۹ می-توان، به ترتیب، مقادیر فاصله بحرانی برای معیار *MTS* و *MS* متناسب با شعاع شیار را به دست آورد. این مقادیر در جدول ۲ بیان شده‌اند. همانطور که در روابط ۵ و ۹ مشاهده می-شود، فاصله بحرانی برای هر دو معیار *MTS* و *MS* به شعاع شیار بستگی دارد. هنگامیکه شعاع شیار، بزرگتر می-شود، تمرکز تنش اطراف شیار کمتر شده، بنابراین، تنش با شیب کمتری کاهش می-یابد و در

مهندسیین و یا محققین حوزه‌ی مکانیک سنگ، یا می‌توانند با در نظر گرفتن جملات مرتبه بالاتر و یا استفاده از روش اجزا محدود برای محاسبه‌ی تنش اطراف ترک یا شیار، تخمین معیارها را بهبود بخشند؛ و یا با در نظر گرفتن ضریب اطمینان مناسب، کاهش دقت معیارهای کلاسیک را بپوشانند. این نکته برای سایر مواد شبه ترد که فاصله‌ی بحرانی نسبتاً بزرگی دارند، قابل بیان است. البته باید بیان کرد که محاسبه‌ی ضرایب جملات بالاتر (همانند $T-stress$) برای قطعات شیاردار U شکل پیچیده بوده و نیازمند محاسبات نسبتاً سختی می‌باشد.

در اینجا ذکر این نکته لازم است که معیارهای تنش پایه نسبت به معیارهای کرنش پایه و انرژی پایه از سادگی بیشتری برخوردار هستند. زیرا در معیارهای کرنش پایه و یا انرژی پایه، خواص مکانیکی سنگ‌ها مانند ضریب پواسون و مدول الاستیسیته مورد نیاز است که خود نیازمند انجام آزمایش‌های مکانیکی می‌باشد. بنابراین، در این تحقیق از معیارهای تنش پایه استفاده شد. البته تحقیقات گذشته نشان داده است که می‌توان نتایج این معیارهای تنش پایه را بهبود بخشید [۱۶، ۱۷، ۲۹].

البته، می‌توان این اختلاف را با نظر گرفتن جملات مرتبه بالاتر بسط سری تنش در اطراف شیار (دقیق‌تر نمودن رابطه ۳) و یا محاسبه‌ی مؤلفه‌ی تنش محیطی با استفاده از تحلیل اجزا محدود، کمتر نمود [۱۶، ۱۷، ۲۹].

لازم به ذکر است که نتایج حاصل از این تحقیق برای سایر مواد شبه‌ترد در دو بخش نمونه و معیار با لحاظ نمودن نکاتی قابل استفاده است. قطعه‌ی پیشنهادی در این تحقیق ($SEUNB$)، یک قطعه‌ی مستطیلی شکل است که بارها برای بررسی شکست مود II خالص در مواد شبه‌ترد ترک‌دار استفاده شده است. اما برای مواد سنگی دارای شیار U شکل، تاکنون استفاده نشده است که در این مقاله به بررسی آن پرداخته شد. بنابراین، از این قطعه می‌توان برای بارگذاری مود II خالص در تمامی مواد ترد و شبه ترد استفاده نمود. در مورد معیارهای مورد استفاده در این تحقیق، می‌توان بیان داشت که عموماً معیارهای کلاسیک مکانیک شکست در تخمین شرایط شکست مواد شبه ترد (همانند سنگ) که دارای فاصله بحرانی نسبتاً بزرگ هستند، از دقت کمتری برخوردارند. زیرا در محاسبه‌ی مؤلفه‌های تنش و یا کرنش در اطراف ترک و یا شیار، فقط از جمله‌ی اول بسط سری تنش (و یا کرنش) استفاده می‌کنند که با بزرگ شدن فاصله‌ی بحرانی، دقت جمله‌ی اول برای تبیین مقدار تنش (و یا کرنش) کاهش می‌یابد. حال،



شکل ۶- قطعات شکسته شده جهت اندازه‌گیری زاویه شروع شکست.

جدول ۲- مقادیر تجربی و تئوری زوایای شروع شکست در حالت بارگذاری مود II .

$\rho(mm)$	معیار MTS				معیار MS			
	$(mm)r_{c,u}$	$\theta_0(^{\circ})$ تئوری	$\theta_0(^{\circ})$ تجربی	درصد خطا	$d_c(mm)$	$\theta_0(^{\circ})$ تئوری	$\theta_0(^{\circ})$ تجربی	درصد خطا
۱	۴/۹۵۹	۶۹/۱۵ $^{\circ}$	۶۸	۱/۷	۱۸/۳۳۴	۶۸/۳ $^{\circ}$	۶۸	۰/۵
۲	۵/۴۵۹	۶۸ $^{\circ}$	۶۶	۳	۱۸/۸۳۴	۶۷/۳۸ $^{\circ}$	۶۶	۲
۴	۶/۴۵۹	۶۶/۳ $^{\circ}$	۶۵	۲	۱۹/۸۳۴	۶۶/۱۷ $^{\circ}$	۶۵	۲
		میانگین خطا		۲/۲		میانگین خطا		۱/۴

جدول ۳- مقادیر تجربی و تئوری ضرایب شدت تنش مود شیار در حالت بارگذاری مود II.

$\rho(mm)$	معیار MTS				معیار MS				درصد خطا	
	$(mm)r_{c,u}$	θ_0	$K_{II}^{U,\rho}$ (MPa. \sqrt{m})	$K_{II}^{U,\rho}$ (MPa. \sqrt{m})	d_c (mm)	θ_0	$K_{II}^{U,\rho}$ (MPa. \sqrt{m})	$K_{II}^{U,\rho}$ (MPa. \sqrt{m})		
۱	۴/۹۵۹	۶۹/۱۵°	۱/۴۴۰	۲/۰۱۰	۲۸	۱۸/۳۳۴	۶۸/۳°	۱/۵۷۶	۲/۰۱۰	۲۱
۲	۵/۴۵۹	۶۸°	۱/۹۹۲	۲/۳۴۷	۱۵	۱۸/۸۳۴	۶۷/۳۸°	۱/۷۲۴	۲/۳۴۷	۲۶
۴	۶/۴۵۹	۶۶/۳°	۲/۶۱۲	۳/۳۲۲	۲۱	۱۹/۸۳۴	۶۶/۱۷°	۱/۹۳۶	۳/۳۲۲	۴۱
				میانگین خطا	۲۱				میانگین خطا	۳۰

۵- نتیجه گیری

در این مقاله، به بررسی شکست قطعات سنگی دارای شیار U شکل، در حالت بارگذاری مود II خالص با استفاده یک پیکره بندی جدید پرداخته شد. پیکره بندی جدید یک قطعه مستطیلی شکل می باشد که در وسط لبه ی آن یک شیار U شکل تعبیه شده است و تحت بار خمش چهار نقطه ای پادمقارن قرار دارد. در این حالت، مقدار ضریب شدت تنش شیار برای مود I ($K_I^{U,\rho}$) صفر بوده و بنابراین، مود II خالص ایجاد می گردد. با انجام آزمایشهای شکست بر روی قطعات سنگی با شعاع شیارهای مختلف، مقدار بار شکست به دست آمد و با وارد کردن این بار در تحلیل های المان محدود، مقدار ضریب شدت تنش شیار بحرانی برای حالت مود II خالص ($K_{II}^{U,\rho}$) محاسبه گردید. نتایج آزمایش نشان داد که با افزایش شعاع شیار، بار شکست و مقدار $K_{II}^{U,\rho}$ افزایش می یابد که این امر به علت کاهش تمرکز تنش با افزایش شعاع شیار می باشد. در انتها، شرایط شکست قطعات آزمایش شده با استفاده از دو معیار تنش پایه (معیارهای MTS و MS) تخمین زده شد. نتایج ارزیابی ها نشان داد که اختلاف بین پیش بینی های دو معیار نسبت به نتایج آزمایشگاهی اختلافی در حدود ۲۰ تا ۳۰ درصد دارند. این میزان اختلاف برای مواد سنگی که ذاتاً ناهمگن هستند، در کاربردهای صنعتی و مهندسی قابل قبول می باشد. همچنین، می توان نتایج پیش بینی های این دو معیار را با محاسبه ی دقیق تر حوزه تنش در اطراف شیار بهتر نمود.

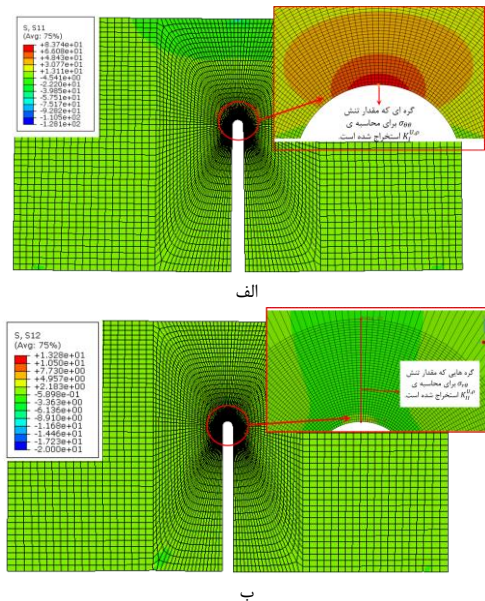
۶- نمادها

نماد	واحد	شرح
P_f	N	بار شکست میانگین قطعات
$K_{II}^{U,\rho}$	MPa \sqrt{m}	ضرایب شدت تنش شیار بحرانی
$K_{I}^{U,\rho}$		
r_c	mm	فاصله ی بحرانی
$\sigma_{\theta\theta}$	MPa	تنش محیطی
θ_0	degree	زاویه شروع شکست
f_t	MPa	استحکام کششی
K_{Ic}	MPa \sqrt{m}	چقرمگی شکست مود I
ρ	mm	شعاع شیار

۷- ضمیمه

همانطور که در متن مقاله اشاره شد، برای محاسبه ی ضرایب شدت تنش شیار، از روش اجزا محدود استفاده شد که در این قسمت، به مراحل شبیه سازی قطعه ی SEUNB در دو حالت مود I و مود II خالص پرداخته می شود. در شکل ۲ مشاهده می شود که هندسه ی قطعه برای هر دو حالت بارگذاری یکسان است و فقط شرایط مرزی و بارگذاری متفاوت می باشد. بنابراین، قطعات SEUNB متناسب با ابعاد بیان شده در جدول ۱ در نرم افزار آباکوس به صورت دو بُعدی مدل سازی شدند. سپس مدل ها با المان های چهارضلعی هشت گره ای شبکه بندی گردیدند. برای اینکه بتوان گرادیان تنش در اطراف شیار را با دقت بالا به دست آورد، اطراف شیار از المان های ریزتری استفاده شد. شکل ۷ یک نمونه از قطعه ی شبکه بندی شده را نشان می دهد. همچنین متناسب با مود بارگذاری، شرایط مرزی و شرایط بارگذاری لحاظ گردید که در شکل ۷ نشان داده شده است. لازم به ذکر است که برای

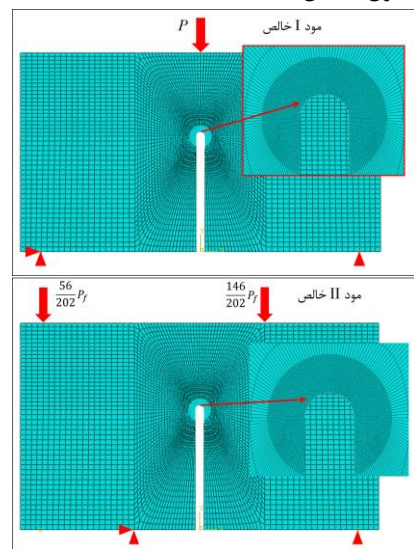
همراه شرایط بارگذاری مود I و II خالص.



شکل ۸- الف) کانتور تنش $\sigma_{\theta\theta}$ و نقطه‌ی مورد نظر برای محاسبه $K_I^{U,\rho}$ (ب) گره‌هایی که تنش $\sigma_{r\theta}$ برای محاسبه $K_{II}^{U,\rho}$ استخراج شدند.

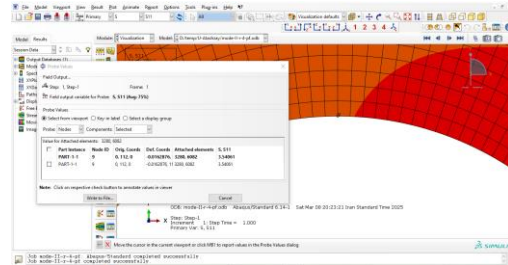
در اینجا بیان یک نکته در مورد محاسبه‌ی ضرایب شدت تنش شیاری $K_I^{U,\rho}$ و $K_{II}^{U,\rho}$ در حالت بارگذاری مود II خالص لازم است. همانطور که پیشتر اشاره شد، برای محاسبه‌ی مقدار $K_I^{U,\rho}$ باید مقدار تنش مماسی در نوک شیاری از نتایج شبیه‌سازی استخراج شود. شکل ۹ مقدار تنش مماسی در نوک شیاری برای قطعه‌ی SEUNB با شعاع شیاری ۴ میلی‌متر نشان می‌دهد. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود، مقدار تنش صفر مطلق نیست و مقداری در حدود ۳/۵۴ مگاپاسکال دارد. این مقدار تنش به دلیل خطاهای محاسباتی و حل تقریبی در روش اجزا محدود به وجود می‌آید. اما، نکته مهم مقادیر ضرایب شدت تنش شیاری $K_I^{U,\rho}$ و $K_{II}^{U,\rho}$ می‌باشد که باید دید نسبت بهم چه مقادیری دارند. مقدار $K_I^{U,\rho}$ با جاگذاری مقدار تنش ۳/۵۴ مگاپاسکال در رابطه‌ی ۱ برابر با $MPa \cdot \sqrt{m}$ ۰/۱۹۵ به دست می‌آید. در مقابل، مقدار ضریب شدت تنش شیاری $K_{II}^{U,\rho}$ که از حدگیری در رابطه‌ی ۲ محاسبه می‌شود، برابر با $MPa \cdot \sqrt{m}$ ۳/۳۲۲ می‌باشد که به مراتب بزرگتر از مقدار $K_I^{U,\rho}$ است. بنابراین، می‌توان بیان کرد که مقدار $K_I^{U,\rho}$ نسبت به مقدار $K_{II}^{U,\rho}$ قابل صرف‌نظر کردن و تقریباً صفر است. پس، شرایط مود II خالص حاصل می‌شود. این

محاسبه‌ی ضرایب شدت تنش شیاری، از شرایط الاستیک خطی به عنوان مدل مادی استفاده شد. همچنین، شرایط تنش صفحه‌ای برای المان‌ها در نظر گرفته شد، زیرا مقدار ضریب شدت تنش در حالت دو بُعدی برای هر دو حالت تنش صفحه‌ای و کرنش صفحه‌ای یکسان است. شایان ذکر است که مقدار بار وارده به هر مدل متناسب با بار شکست آن قطعه تعیین شده است. در حالت بارگذاری مود I همان بار شکست که در جدول ۱ بیان شده است، در بالای قطعه وارد گردید. اما در حالت بارگذاری مود II با توجه به اینکه بار شکست به فیکسچر بالایی اعمال می‌شود و سپس با استفاده از دو غلتک به قطعه منتقل می‌گردد، مقدار بار برای هر گره بالایی با توجه به روابط استاتیکی جداگانه محاسبه و وارد شد. پس از حل مسأله، مقدار تنش $\sigma_{\theta\theta}$ در نوک شیاری برای هر شعاع شیاری استخراج شد (شکل ۸-الف). سپس با جاگذاری این مقادیر در رابطه‌ی ۱ مقدار ضریب شدت تنش شیاری $K_I^{U,\rho}$ محاسبه گردید. با توجه به اینکه برای محاسبه‌ی $K_{II}^{U,\rho}$ باید حدگیری صورت می‌گرفت، مقادیر تنش $\sigma_{r\theta}$ برای تعدادی از نقاط در راستای نمیساز شیاری از تحلیل المان محدود (شکل ۸-ب) استخراج گردید و با توجه به رابطه‌ی ۲ مقدار $K_{II}^{U,\rho}$ به دست آمد. با توجه به اینکه مقدار بار شکست در تحلیل‌های اجزا محدود استفاده شد، مقادیر $K_I^{U,\rho}$ و $K_{II}^{U,\rho}$ محاسبه شده، همان مقادیر $K_{If}^{U,\rho}$ و $K_{IIf}^{U,\rho}$ می‌باشند که برای هر قطعه در جدول ۱ بیان شده است.



شکل ۷- مدل شبکه بندی شده‌ی قطعه‌ی SEUNB به

مطلب، قابل بررسی و اثبات برای دو شعاع شیار دیگر نیز می-
باشد.



شکل ۹- مقدار تنش مماسی در نوک شیار برای قطعه‌ی
SEUNB با شعاع شیار ۴ میلیمتر جهت محاسبه‌ی

$$.K_I^{U,\rho}$$

۸- منبع‌ها

1. Motamedi, M., A. Torabi, and R. Hashemi, *Does VIMC-FMC work well on highly ductile bimetal joints? An investigation on mixed mode I/II fracture of AA1050/Cu bimetal weakened by U-notches*. Engineering Fracture Mechanics, 2024: p. 110246.
2. Motamedi, M., A. Torabi, and R. Hashemi, *Notch strength evaluation for highly ductile Al/Cu bi-metal fabricated by the roll-bonding technique under pure mode I and pure mode II loading conditions*. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2024. **131**: p. 104435.
3. Torabi, A. and M. Jafarinezhad, *Comprehensive data for rapid calculation of notch stress intensity factors in U-notched Brazilian disc specimen under tensile-shear loading*. Materials Science and Engineering: A, 2012. **541**: p. 135-142.
4. Torabi, A., *Sudden fracture from U-notches in fine-grained isostatic graphite under mixed mode I/II loading*. International Journal of Fracture, 2013. **181**(2): p. 309-316.
5. Livieri, P., *Use of J-integral to predict static failures in sharp V-notches and rounded U-notches*. Engineering fracture mechanics, 2008. **75**(7): p. 1779-1793.
6. Ayatollahi, M. and A. Torabi, *A criterion for brittle fracture in U-notched components under mixed mode loading*. Engineering Fracture Mechanics, 2009. **76**(12): p. 1883-1896.
7. Ayatollahi, M. and A. Torabi, *Determination of mode II fracture toughness for U-shaped notches using Brazilian disc specimen*. International Journal of Solids and Structures, 2010. **47**(3-4): p. 454-465.
8. Palaniswamy, K. and W. Knauss, *Propagation of a crack under general, in-plane tension*. International Journal of Fracture Mechanics, 1972. **8**(1): p. 114-117.
9. Ritchie, R.O., J.F. Knott, and J. Rice, *On the relationship between critical tensile stress and fracture toughness in mild steel*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1973. **21**(6): p. 395-410.
10. Ayatollahi, M. and M. Aliha, *On the use of Brazilian disc specimen for calculating mixed mode I-II fracture toughness of rock materials*. Engineering Fracture Mechanics, 2008. **75**(16): p. 4631-4641.
11. Ayatollahi, M. and M. Aliha, *Cracked Brazilian disc specimen subjected to mode II deformation*. Engineering fracture mechanics, 2005. **72**(4): p. 493-503.
12. Ghadirian, H., J. Akbardoost, and A. Zhaleh, *Fracture analysis of rock specimens weakened by rounded-V and U-shaped notches under pure mode I loading*. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2019. **123**: p. 104103.
13. Justo, J., J. Castro, and S. Cicero, *Energy-based approach for fracture assessment of several rocks containing U-shaped notches through the application of the SED criterion*. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2018. **110**: p. 306-315.
14. Justo, J., et al., *Notch effect on the fracture of several rocks: Application of the Theory of Critical Distances*. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2017. **90**: p. 251-258.
15. Sangsefidi, M., J. Akbardoost, and M. Mesbah, *Experimental and theoretical fracture assessment of rock-type U-notched specimens under mixed mode I/II loading*. Engineering Fracture Mechanics, 2020. **230**: p. 106990.
16. Sangsefidi, M., J. Akbardoost, and A.R. Zhaleh, *Assessment of mode I fracture of rock-type sharp V-notched samples considering the size effect*. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2021. **116**: p. 103136.
17. Arabnia, A., et al., *Mixed Mode Fracture Investigation of Rock Specimens Containing Sharp V-Notches*. Materials, 2022. **15**(24): p. 8779.
18. Torabi, A.R. and M.R. Jafarinezhad, *Comprehensive data for rapid calculation of notch stress intensity factors in U-notched Brazilian disc specimen under tensile-shear loading*. Materials Science and Engineering: A, 2012. **541**: p. 135-142.

19. Torabi, A.R., M. Fakoor, and E. Pirhadi, *Fracture analysis of U-notched disc-type graphite specimens under mixed mode loading*. International Journal of Solids and Structures, 2014. **51**(6): p. 1287-1298.
20. Ayatollahi, M. and A. Torabi, *Experimental fracture study for a V-notched soda-lime glass specimen*. Fourth International Conference on Experimental Mechanics. Vol. 7522. 2010: SPIE.
21. Ayatollahi, M.R. and A.R. Torabi, *Determination of mode II fracture toughness for U-shaped notches using Brazilian disc specimen*. International Journal of Solids and Structures, 2010. **47**(3): p. 454-465.
22. Torabi, A.R., et al., *Notch Fracture in Polymeric Specimens under Compressive Stresses: The Role of the Equivalent Material Concept in Estimating the Critical Stress of Polymers*. Applied Sciences, 2021. **11**(5): p. 2104.
23. Erdogan, F. and G.C. Sih, *On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear*. Journal of Basic Engineering, Transactions of ASME, 1963. **85**: p. 519-525.
24. Ayatollahi, M.R. and A.R. Torabi, *A criterion for brittle fracture in U-notched components under mixed mode loading*. Engineering Fracture Mechanics, 2009. **76**(12): p. 1883-1896.
25. Seweryn, A. and A. Łukaszewicz, *Verification of brittle fracture criteria for elements with V-shaped notches*. Engineering Fracture Mechanics, 2002. **69**(13): p. 1487-1510.
26. Ayatollahi, M.R. and A.R. Torabi, *Brittle fracture in rounded-tip V-shaped notches*. Materials & Design, 2010. **31**(1): p. 60-67.
27. Filippi, S., P. Lazzarin, and R. Tovo, *Developments of some explicit formulas useful to describe elastic stress fields ahead of notches in plates*. International Journal of Solids and Structures, 2002. **39**(17): p. 4543-4565.
28. Torabi, A.R., M. Fakoor, and E. Pirhadi, *Tensile fracture in coarse-grained polycrystalline graphite weakened by a U-shaped notch*. Engineering Fracture Mechanics, 2013. **111**: p. 77-85.
29. Ghadirian, H.R., J. Akbaridoost, and A.R. Zhaleh, *Fracture analysis of rock specimens weakened by rounded-V and U-shaped notches under pure mode I loading*. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2019. **123**: p. 104103.



Mode II fracture analysis of rock-type U-notched components using single-edge U-notched beam (SEUNB) sample

Javad Akbardoost^{1*}; Roya Atashzay¹

1- Mechanical Engineering Department, Engineering Faculty, Kharazmi University, Tehran, Iran

Received: 05. April. 2024 Accepted: 20. June. 2024
(Corresponding author: akbardoost@khu.ac.ir)

Keywords

Rock fracture mechanics
U-shaped notch
Pure mode II
MTS criterion
MS criterion

Final English Extended Abstract

Flaws, cracks, slits, and other geometrical discontinuities which play as stress raiser, are among the inherent characteristics of rock masses. Due to existence of these defects, the load-bearing capacity of rock masses reduces significantly. Thus, the fracture of rock masses containing geometrical discontinuities should be assessed. Some of slits on the rock components can be considered as an U-shaped notch and therefore, the assessment of rock-type U-notched samples is essential. In this paper, the in-plane shear mode (pure mode II) fracture behavior of rock parts containing U-shaped notch is investigated experimentally and theoretically. Since there are some problems in generating and testing the circular-shaped samples, in this study, a new test configuration based on a rectangular beam is proposed. The sample investigated in this study is the single-edge U-notched beam (SEUNB) specimen which is loaded under skew-symmetric four-point bending. Determining the notch stress intensity factors (NSIF) via finite element method for SEUNB shows that the mode I NSIF is zero and hence pure mode II is achieved. Using two stress-based criteria (maximum tangential stress (MTS) and mean stress (MS) criteria) utilized extensively for investigating the fracture behavior of notched samples, the critical NSIF which represents the fracture resistance of notched samples, is predicted for each tested sample. The comparison between the experimental results and theoretical predictions demonstrates that both fracture criteria are able to predict the mode II fracture resistance of rock U-notched samples in an acceptable range for practical engineering project in the field of rock mechanics.
