

مدلسازی عددی مکانیزم شکست ترک زبر در نمونه های دیسکی

میر رئوف هادیبی^{۱*}؛ سامرند پورآذر^۲

۱- استادیار مکانیک سنگ، گروه مهندسی معدن دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره)، قزوین، ایران
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مکانیک سنگ، گروه مهندسی معدن دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره)، قزوین، ایران

دریافت: ۱۳۹۹/۰۷/۰۱؛ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۶/۰۱

چکیده

یکی از اهداف مکانیک شکست در تحلیل مسائل حاوی ترک، بررسی رشد و گسترش ترک است. هر ترک تنها در محیط با توجه به هندسه و شرایط بارگذاری رشد و گسترش می‌یابد که می‌تواند تحت مودهای خالص و یا تحت مود ترکیبی باشد. الگوی رشد و گسترش ترک در این شرایط مشخص و مطابق با مود شکست است. یکی از مهم‌ترین عوامل موثر در گسیختگی سازه‌های پدیده ترک خوردگی المان‌های سازه می‌باشد. نظر به اهمیت موضوع بررسی ترک در سازه‌ها در اوایل نیمه دوم قرن بیستم به صورت روابط تجربی و معین آغاز و با معرفی مدل‌های مختلفی نظیر مدل گریفیث، پاریز اردوگان، فورمن، نیومان و غیره ادامه یافت. با مشاهده پراکندگی‌های چشم‌گیر و غیرقابل صرف‌نظر در نتایج تست‌های موجود، بررسی این مسئله به صورت آماری با تحقیقات ویبول در این زمینه آغاز شد و اکنون نیز طی بیش از سه دهه محققان روش‌ها و مدل‌های گوناگونی جهت تحلیل پدیده ترک و رشد آن ارائه کرده‌اند. در این تحقیق با استفاده از نرم افزار آباکوس و با بهره‌گیری از روش اجزای محدود و بر پایه اصول مکانیک شکست، پدیده ترک خوردگی و رشد ترک و بررسی فاکتور شدت تنش ترک زبر و ترک صاف و گسترش ترک پروفیل-های زبری بارتن مورد بررسی قرار گرفته است. بررسی انجام شده در این تحقیق نشان می‌دهد که زبری ترک در سنگ اثر مهمی بر نحوه‌ی انتشار ترک و ضریب شدت تنش در نوک ترک در نمونه‌ی دیسکی دارد و مشاهدات عددی نشان می‌دهد که با افزایش ضریب زبری ترک انحراف ترک‌های باله‌ای از پیش‌ترک اولیه کاهش پیدا می‌کند.

مکانیک شکست، فاکتور شدت تنش، گسترش ترک، روش المان محدود توسعه یافته

واژگان کلیدی

۱- مقدمه

آزمایشاتی بود که بوسیله گریفیث^۲ بر روی شیشه انجام گرفت و در سال ۱۹۲۸ میلادی در ژورنال انجمن سلطنتی به چاپ رسید (Backers, 2004). مکانیک شکست با مطالعه روی ترک، شکاف در سازه‌ها تحت بار اعمال شده را بررسی و تجزیه و تحلیل می‌کند. عصر پیشرفته مکانیک شکست توسط آقای گریفیث با حل و بررسی تنش نوک ترک با استفاده از تئوری الاستیسیته در ساختار ترک آغاز شد (W. Cui et al, 2014). بوبت و انیشتن در سال ۱۹۹۸ با استفاده از آزمایش‌هایی روی

مکانیک شکست یا مکانیک ترک^۱ شاخه‌ای از مکانیک جامدات می‌باشد که به بررسی ایجاد و گسترش ترک در جامدات و نحوه تاثیر آن بر تغییر شکل و احیانا روال سازه می‌پردازد. این موضوعات از هر دو منظر مکانیک محیط‌های پیوسته و محیط‌های گسسته مورد مطالعه قرار گرفته و می‌گیرد (T. L. Anderson, 1989). نقطه آغازین این دانش

^۲ Griffith

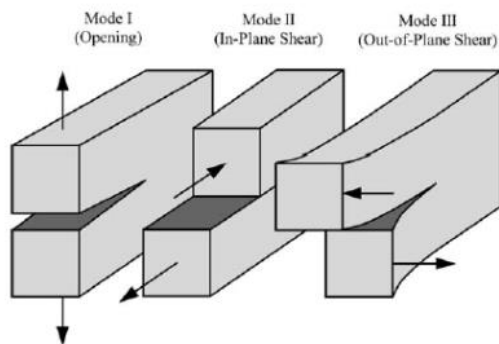
^۱ Fracture Mechanics

لزوم مطالعه و چگونگی هم‌گرایی و به هم پیوستن آنها در نهایت منجر به درک مکانیزم گسیختگی سنگ و زمان رخدادن آن می‌شود. در بسیاری از موارد، در محیط می‌تواند بیش از یک ترک وجود داشته باشد. نحوه برهم‌کنش و رفتار رشد ترک‌ها می‌تواند اهمیت زیادی داشته باشد. از مهم‌ترین نکات در مسائل حاوی ترک، شرایط گسترش ترک و راستای گسترش آن می‌باشد. در این تحقیق با توجه به زبر بودن اغلب سطوح ترک در محیط سنگی در طبیعت، از سری زبری‌های بارتن به همراه یک سری زبری‌های منظم به منظور مدل‌سازی عددی ترک زبر در نمونه‌های دیسکی استفاده شده است.

۲- معرفی ضرایب شدت تنش و تحلیل

شکست الاستیک خطی

مد های اصلی شکست در مکانیک شکست بصورت مدهای کشش^۳ (مد I)، مد برش^۴ در صفحه (مد II) و مد برش در خارج صفحه^۵ (مد III) معرفی شده است. که در شکل شماره ۱ نشان داده می‌شود. فاکتور شدت تنش مود K_I ، I و برای مود K_{II} ، II و همچنین برای مود K_{III} ، III معرفی می‌شود (Broek, D., 1981).



شکل ۱- هندسه بارگذاری در مد های I، II و III شکست (Ted .L. Anderson., 1989)

۳- مدل سازی عددی

۳-۱ روش المان محدود

روش المان محدود یکی از پر کاربردترین روش های عددی

نمونه سنگ گچ در فشار تک محوره، ترک‌های اولیه و گسترش ترک و انعقاد آنها را مورد مطالعه قرار دادند. بررسی و به‌دست آوردن الگوها و استانداردهای رشد و گسترش ترک‌ها در محیط از اهمیت مهمی برخوردار است. اهمیت این بررسی را می‌توان به کاربرد مهم مکانیک شکست در صناعی چون خودروسازی، کشتی سازی، نیروگاه‌ها و مخازن تحت فشار دانست. در اطراف هر ترک در هر محیط یک میدان تنش وجود دارد که معرف آن ترک می‌باشد.

چان و همکارانش ضرایب شدت تنش را به روش انتگرال J برای نمونه CT محاسبه کردند (Chan, S. K., Tuba. I. S., and Wilson. W. K., 1970). انیشتن و بوبت در سال ۱۹۹۸ مدل سازی عددی و بهم‌پیوستگی و اتصال ترک‌ها در موادی با رفتار مشابه سنگ ارائه دادند که نتایج آن با مطالعات آزمایشگاهی مطابقت فراوانی داشت (Enisten. H, Bobet.A, 1998). شبیه سازی عددی شن^۱ در سال ۱۹۹۵ نیز بر روی نمونه‌های دارای درزه و شکاف انجام گرفته است (Shen 1995). هادئی و همکاران در سال ۲۰۱۶ بر روی مود یک چقرمگی شکست در سنگ تحقیقاتی انجام دادند. وانگ و همکاران^۲ در سال ۱۹۹۸ روی یک ترک پیش‌ساخته با زاویه‌ی ۴۵ درجه با ضریب اصطکاک‌های مختلف از ۰ تا ۰/۹ تحقیقاتی انجام دادند آنها به این نتیجه رسیدند که با افزایش μ انحراف از ترک باله‌ای کاهش مییابد. به طور کلی مشاهدات عددی و آزمایشهای تجربی نشان میدهد که انحراف از جهت ترک اصلی با افزایش ضریب اصطکاک کاهش می‌یابد (Wong R.H.C, et all., 1998). در طبیعت یکی از اهداف مکانیک شکست در تحلیل مسائل حاوی ترک، بررسی رشد و گسترش ترک است. هر ترک تنها در محیط با توجه به هندسه و شرایط بارگذاری رشد و گسترش می‌یابد که می‌تواند تحت مودهای خالص و یا تحت مود ترکیبی باشد. زمانی که سنگ‌ها تحت بارگذاری خاصی قرار می‌گیرند، در آنها شکست رخ می‌دهد. در طبیعت این ناپیوستگی‌ها هستند که رفتار مکانیکی سنگ را کنترل می‌کنند.

^۳ Opening mode

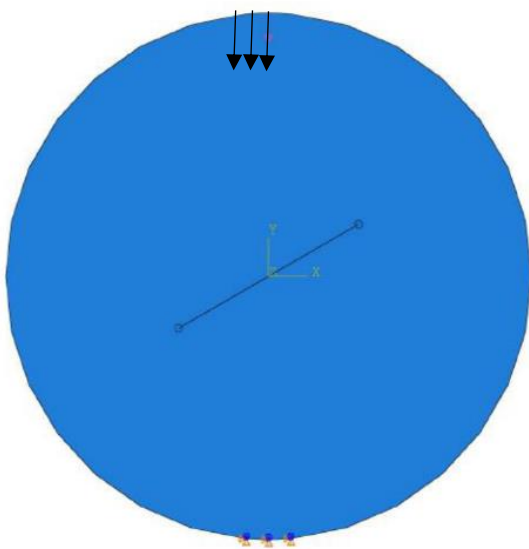
^۴ Sliding mode

^۵ Tearing mode

^۱ Shen

^۲ WONG and CHAU

گسترش ترک‌های زبر (زبری‌های بارتن به همراه یک سری زبری‌های منظم) در نمونه‌های دیسکی به روش عددی مورد بررسی قرار گرفته شده است. مسیر گسترش ترک‌های زبر در شرایط مود ترکیبی بوسیله‌ی روش المان محدود توسعه یافته در زوایای ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه، همچنین ضریب شدت تنش‌ها در نوک ترک زبر به وسیله‌ی روش المان محدود در نرم افزار آباکوس تحت زوایای مختلف (۱۵، ۳۰، ۴۵، ۶۰، ۷۵)، محاسبه و با ترک صاف مقایسه شده است. برای ایجاد درزه‌های با سطح ناصاف از پروفیل‌های زبری دندانانه اراهیو زبری‌های منتخب بارتن استفاده شده است (شکل شماره ۳). به منظور بررسی و تحلیل، طول درزه ترک ۳ سانتی متر در نمونه دیسکی به قطر ۷۶ میلی متر که در شکل شماره ۲ نشان داده شده، مورد بررسی قرار گرفته شده است.



شکل ۲- نمونه دیسکی حاوی ترک زبر مدلسازی شده به روش عددی.

در زمینه مهندسی است که اولین بار به وسیله ترنر^۱ و همکاران (۱۹۵۶) برای استفاده در تحلیل ساختمان ارائه شد. در این روش هندسه مسئله به یک سری المان تقسیم می شود که در نقاط گرهی با یکدیگر ارتباط دارند و روابط تنش-کرنش به وسیله معادلات مناسب، مشخص می‌شوند. تنش، کرنش و تغییر شکل پذیری را می توان با تغییر در شرایط مسئله (به عنوان مثال حفاری) تحلیل نمود. انعطاف‌پذیری زیاد این روش در مدل‌سازی‌ها، اعمال شرایط مرزی متنوع و همچنین توسعه کدهای تجاری توانمند، باعث شده است که این روش، یکی از پرکاربردترین روش‌های عددی باشد. در این تحقیق با استفاده از این روش در نرم افزار آباکوس فاکتور شدت تنش نوک ترک محاسبه شده است.

۲-۳ فرآیند مدل‌سازی به روش عددی المان

محدود توسعه یافته^۲ (XFEM)

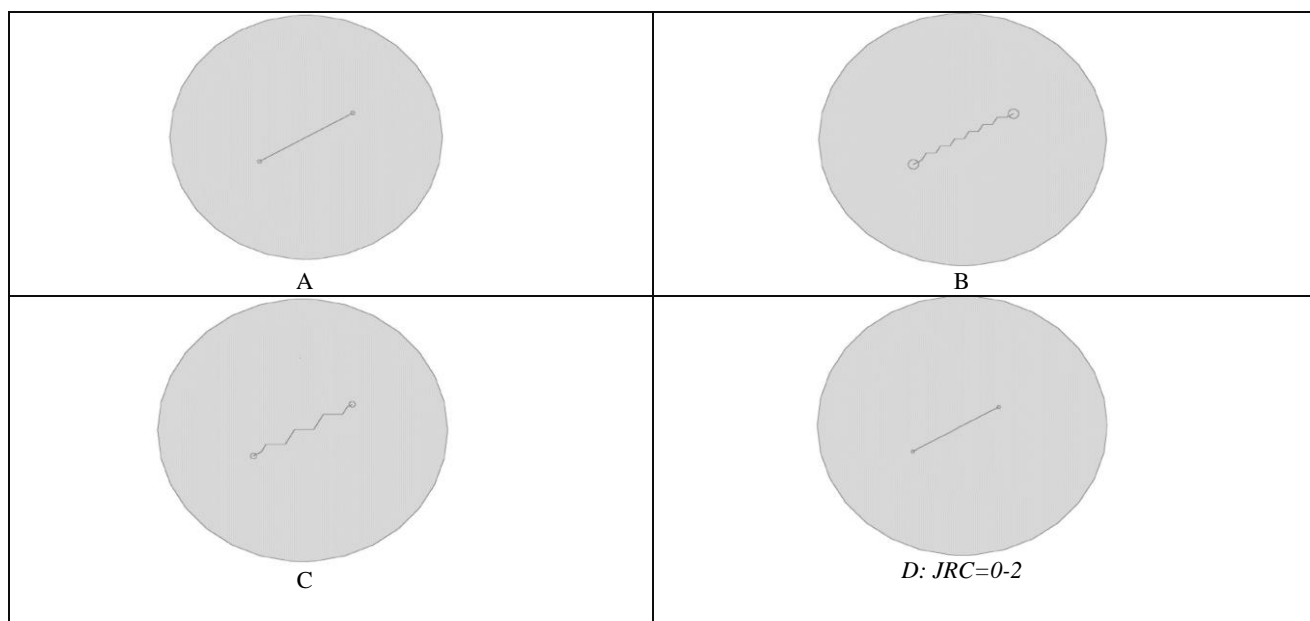
تحلیل ناپیوستگی‌های یک توده سنگی، یکی از مسائل عددی پیچیده در مسائل عددی مهندسی ژئوتکنیک است. یکی از انواع ناپیوستگی‌هایی که در یک توده رخ می‌دهد، ناپیوستگی ناشی از وقوع ترک است. چنین ناپیوستگی‌ای پیش از وقوع یک مکانیسم کامل شکست رخ داده و در نظر گرفتن آن برای مدلسازی یک خرابی پیشرونده لازم است. از مزیت‌های روش المان محدود توسعه یافته می‌توان به این موارد اشاره نمود: عدم نیاز به تأثیر هندسه ترک در المان‌بندی مدل، عدم نیاز به مش زنی مدل در محدوده وقوع ترک و امکان مدلسازی ترک با غنی-سازی درجات آزادی المان با تعریف توابع جابجایی ویژه. روند گسترش ترک‌ها در نرم افزار آباکوس با این روش محاسبه شده است.

۳-۴ هندسه مدل

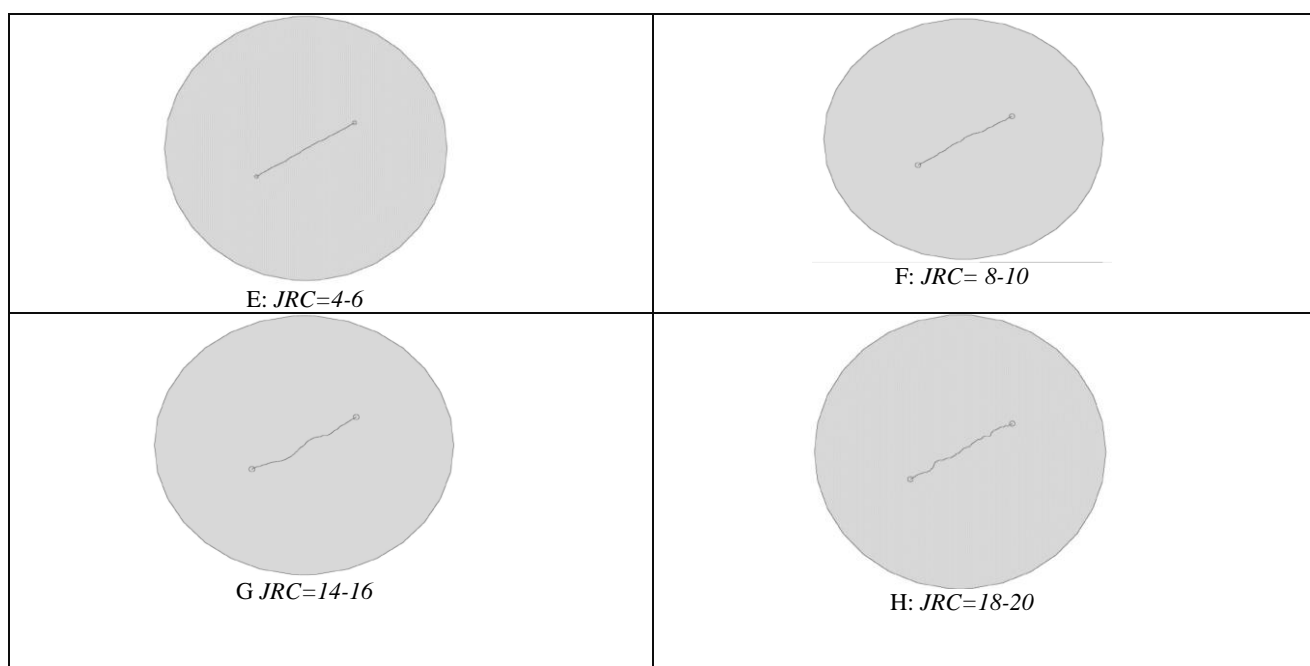
با توجه به اینکه سطح ترک‌ها در محیط‌های سنگی در طبیعت اغلب به صورت زبر هستند لذا در این تحقیق مسیر

^۱ Turner

^۲ Extended finite element method



شکل ۳- نمونه های دیسکی با ترک های صاف و زبر (زبری های دندانداره ای و زبری های بارتن).



ادامه شکل ۳- نمونه های دیسکی با ترک های صاف و زبر (زبری های دندانداره ای و زبری های بارتن).

جدول ۱- مشخصات مکانیکی نمونه ی دیسکی

مشخصات	مدول الاستیسیته (MPa)	ضریب پواسون	حداکثر تنش اصلی (MPa)
نمونه دیسکی	۸۰۰۰	۰/۲۵	۲

مشخصات مکانیکی مواد در نظر گرفته شده در مدلسازی عددی به منظور محاسبه فاکتور شدت تنش در نوک ترک و مدلسازی راستای گسترش ترک در جدول شماره ۱ ارائه شده است.

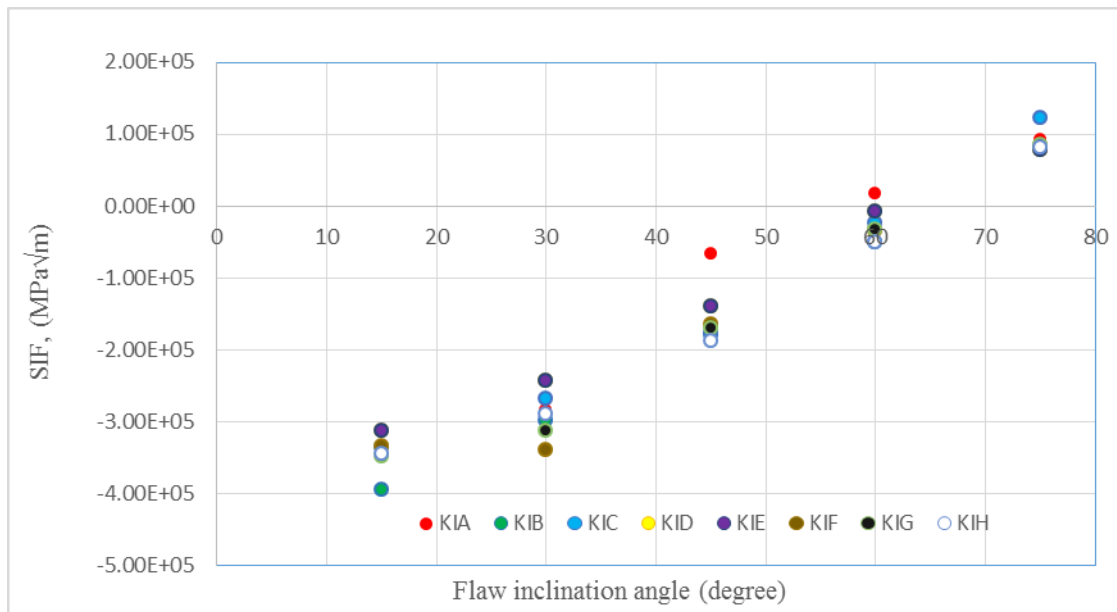
۴- بررسی و تجزیه تحلیل نتایج

۴-۱- فاکتور شدت تنش مود اول و مود دوم در

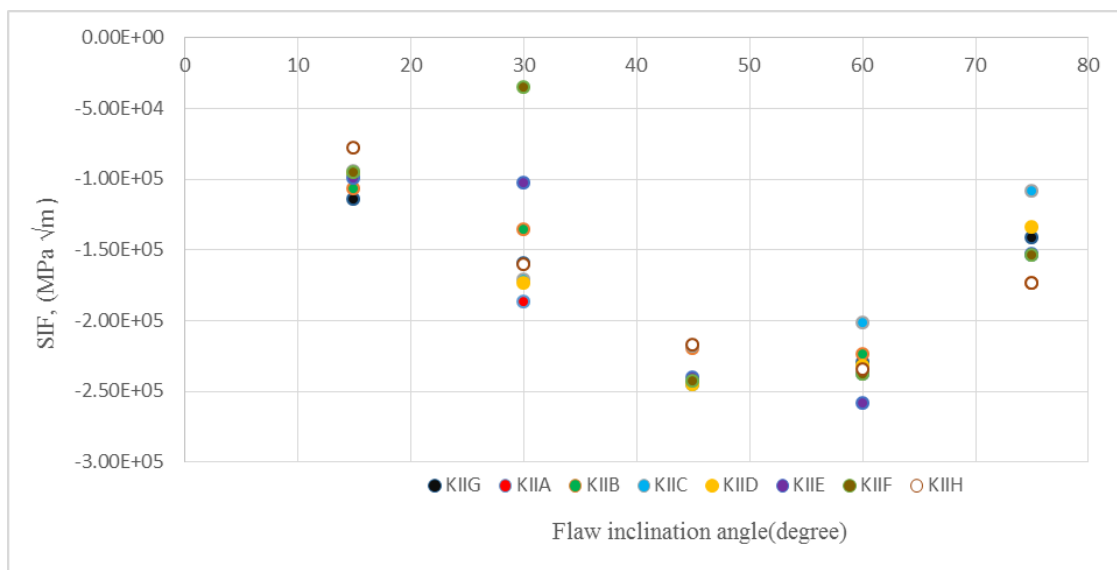
نوک ترک‌های زبر (زبری‌های بارتن و زبری منظم) و ترک صاف

بخش‌های مختلف یکسان در نظر گرفته شده و برای تعداد دفعات متعدد بار اعمالی به مدل یکسان و زاویه‌ی ترک نسبت به افق تغییر داده شده است. برای هر یک از ترکها، ضرایب شدت تنش نوک ترک (مد I و II) محاسبه و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. نمودارهای فاکتور شدت تنش مود اول و مود دوم در تمامی ترک‌ها (ترک صاف+ زبری های منظم و زبری‌های بارتن) بصورت شکل‌های (۴) و (۵) نشان داده شده‌اند.

بدین منظور ابتدا ترک‌های زبر و ترک صاف را در نرم افزار آباکوس مدل سازی شد و سپس نتایج حاصله و مقایسه‌ی آنها در ادامه آورده شده است. در این بررسی ابعاد مدل برای

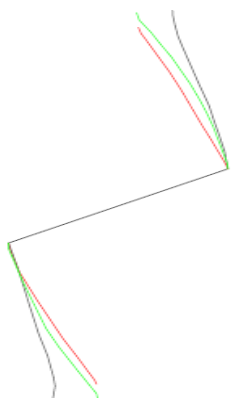


شکل ۴- نمودار تغییرات فاکتور شدت تنش مود اول در حالت ترک صاف و ترک‌های زبر .



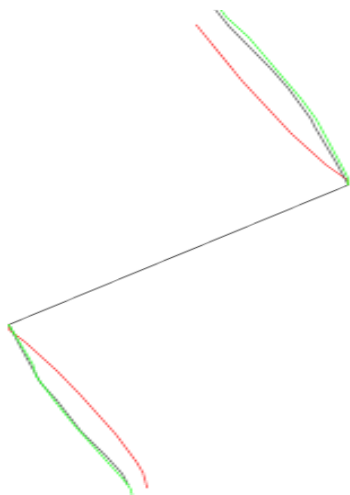
شکل ۵- نمودار تغییرات فاکتور شدت تنش مود دوم در حالت ترک صاف و ترک‌های زبر.

صاف (A)، نوع دوم و سوم (B, C) در سه زاویه ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه به ترتیب در شکل‌های شماره (۶)، (۷) و (۸) ارائه شده است. همچنین نمودارهای مقایسه‌ای مسیر گسترش ترک‌ها با زبری‌های بارتن با ترک صاف در سه زاویه ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه در شکل‌های شماره (۹)، (۱۰) و (۱۱) نشان داده شده است.



خط قرمز: A خط سیاه: B خط سبز: C

شکل ۵- نمودار مسیر گسترش ترک صاف و نوع دوم و سوم در زاویه ۳۰ درجه.



خط قرمز: A خط سیاه: B خط سبز: C

شکل ۶- نمودار مسیر گسترش ترک صاف و نوع دوم و سوم در زاویه ۴۵ درجه.

همانطور که در شکل (۴) دیده می‌شود، مقدار فاکتور شدت تنش مد اول ترک زبر در تمامی زاویه‌ها تقریباً مقدار کمتری نسبت به فاکتور شدت تنش مد اول ترک صاف دارد و این نشان می‌دهد زبری ترک باعث کاهش مقدار فاکتور شدت تنش مد اول می‌شود. بیشترین اختلاف فاکتور شدت تنش مد اول در ترک زبر و صاف در زاویه ۴۵ درجه مشاهده شده است. کمترین اختلاف بین نمودارها در زاویه ۱۵ و ۷۵ درجه مشاهده می‌شود. از مشاهده نمودار بالا و مقایسه‌ی آن‌ها این نتیجه حاصل می‌شود که با افزایش زاویه‌ی لبه‌ی ترک فاکتور شدت تنش مد اول برای ترک زبر و صاف افزایش می‌یابد.

همچنین با توجه به شکل (۵)، مینیمم مقدار برای فاکتور شدت تنش مد دوم برای ترک‌های زبر و ترک صاف در زاویه‌ی ۴۵ درجه اتفاق می‌افتد. همچنین کمترین پراکندگی فاکتور شدت تنش مد دوم برای ترک‌های زبر و ترک صاف در زاویه‌ی ۴۵ رخ می‌دهد. به غیر از نقاط ابتدایی و انتهایی مربوط به زوایای ۱۵ و ۷۵ درجه، در بقیه‌ی زاویه‌ها مقادیر فاکتور شدت تنش مربوط به ترک زبر مقدار بیشتری نسبت به ترک صاف را دارد. با افزایش زاویه لبه ترک، برای تمامی ترک‌ها فاکتور شدت تنش مد دوم تا زاویه‌ی ۴۵ درجه کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

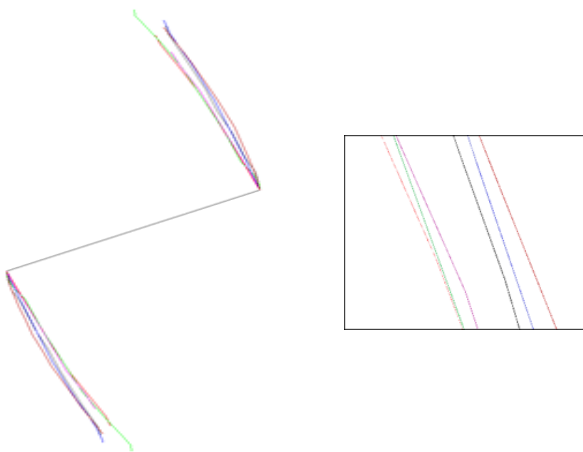
۴-۲- بررسی گسترش ترک صاف و زبری‌های بارتن

روش المان محدود توسعه یافته^۱ یک روش گسترش یافته المان محدود و متمرکز بر روی انتشار ترک است. الگوی ترک در این روش به ساختار مش بستگی دارد. از آنجا که زبری مهمترین عامل موثر بر مقاومت برشی درزه است بارتن رابطه‌ی زیر را ارائه داد که ضریب زبری درزه را در این رابطه می‌توان بدست آورد.

$$\tau = \sigma_n \tan \left[\phi_r + JRC \log \left[\frac{jcs}{\sigma_n} \right] \right]$$

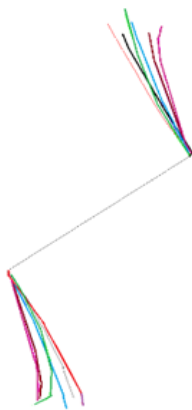
با استفاده از روش المان محدود توسعه یافته گسترش ترک در تمامی ترک‌ها در زاویه‌های ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه بررسی شده است. در ادامه نمودارهای مقایسه‌ای مسیر گسترش ترک‌های

^۱ Extended finite element method



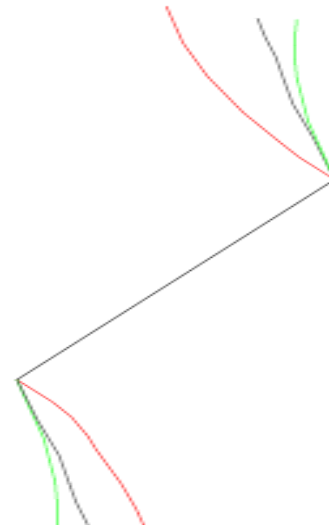
خط قرمز: A خط سیاه: D خط سبز: E خط آبی: F خط بنفش: G
خط قهوه‌ای: H

شکل ۹- نمودار مسیر گسترش ترک صاف و زبری‌های بارتن در زاویه ۳۰ درجه.



خط قرمز: A خط سیاه: D خط سبز: E خط آبی: F خط
بنفش: G خط قهوه‌ای: H

شکل ۱۰- نمودار مسیر گسترش ترک صاف و زبری‌های بارتن در زاویه ۴۵ درجه.



خط قرمز: A خط سیاه: B خط سبز: C

شکل ۸- نمودار مسیر گسترش ترک صاف و نوع دوم و سوم در زاویه ۶۰ درجه.

مشاهدات عددی حاصل در شکل ۶ نشان می‌دهد که با افزایش زبری ترک انحراف ترک باله‌ای از پیش‌ترک اولیه کاهش پیدا می‌کند. نتایج حاصل از تحلیل‌های عددی شکل (۷) نشان می‌دهد که با افزایش زبری ترک‌ها انحراف از پیش-ترک کاهش می‌یابد. تنها تفاوت مسیر گسترش هر سه ترک در زاویه‌ی ۴۵ با زاویه‌ی ۳۰ درجه، می‌توان به انحراف کمتر زبری نوع سوم در زاویه‌ی ۴۵ درجه اشاره کرد که با نتایج عددی شن و آزمایشات وانگ نزدیکتر است. همچنین نتایج حاصل از تحلیل‌های عددی برای شکل ۸ نیز نشان می‌دهد که با افزایش زبری انحراف ترک‌های باله‌ای از پیش‌ترک اصلی کاهش پیدا می‌کند.

ترکیبی باشد. الگوی رشد و گسترش ترک در این شرایط مشخص و مطابق با مود شکست است. بررسی نتایج انجام شده در این پژوهش نشان داد زبری ترک در سنگ اثر بسیار مهمی بر نحوه انتشار ترک و ضریب شدت تنش در نوک ترک در نمونه های دیسکی دارد.

مهمترین نتایج حاصله از این مقاله به قرار زیر است:

✓ مقدار فاکتور شدت تنش مد اول ترک زبر در تمامی زاویه ها تقریباً مقدار کمتری نسبت به فاکتور شدت تنش مد اول ترک صاف دارد و این نشان می دهد زبری ترک بر مقدار فاکتور شدت تنش مد اول تاثیر دارد. بیشترین اختلاف فاکتور شدت تنش مد اول در ترک زبر و صاف در زاویه ۴۵ درجه و کمترین اختلاف بین نمودارها در زاویه ۱۵ و ۷۵ درجه مشاهده می شود. همچنین از مقایسه نمودارهای ارائه شده میتوان دریافت که با افزایش زاویه لبهی ترک، فاکتور شدت تنش مد اول برای ترک زبر و صاف افزایش می یابد.

✓ مینیمم مقدار برای فاکتور شدت تنش مد دوم مربوط به ترک صاف در زاویه ۴۵ درجه می باشد. به غیر از نقاط ابتدایی و انتهایی مربوط به زوایای ۱۵ و ۷۵ درجه، در بقیه زاویه ها مقادیر فاکتور شدت تنش مربوط به ترک زبر مقدار بیشتری نسبت به ترک صاف را دارد. با افزایش زاویه لبه ترک، فاکتور شدت تنش مد دوم تا زاویه ۴۵ درجه کاهش و سپس افزایش می یابد.

✓ ضریب شدت تنش مود یک در حالت ترک صاف و زبر با افزایش زاویه لبه ترک افزایش می یابد.

✓ ضریب شدت تنش مود دوم در حالت ترک صاف و ترک زبر ابتدا تا زاویه ۴۵ کاهش سپس افزایش می یابد.

✓ با افزایش زاویه θ ، فاکتور شدت تنش ترک زبر در حالت مد کشش نیز افزایش پیدا می کند.

✓ با مقایسه K_I و K_{II} مشاهده می شود که ماکزیمم K_I همواره از ماکزیمم K_{II} بیشتر است و این نشان می دهد که برای مواد سنگی و شکننده مود I شکست قبل از II اتفاق می افتد از آنجایی که زاویه شروع



خط قرمز: A خط سیاه: D خط سبز: E خط آبی: F خط

بنفش: G خط قهوه ای: H

شکل ۱۱- نمودار مسیر گسترش ترک صاف و زبری های بارتن در زاویه ۶۰ درجه.

نتایج تحلیل های عددی زبری های بارتن و ترک صاف برای زاویه ۳۰ درجه در شکل ۹ نشان می دهد همانند زاویه های ۴۵ و ۶۰ درجه در شکل ۱۰ و ۱۱ با افزایش ضریب زبری انحراف ترک های باله ای از پیش ترک اصلی کاهش می یابد، با این تفاوت که در زاویه ۳۰ درجه انحراف زبری های بارتن از ترک صاف نسبت به دو زاویه دیگر کمتر می باشد. به عبارتی دیگر انحراف بین امتداد انتشار زبری های بارتن از امتداد ترک صاف در زاویه ۳۰ درجه کمتر است. نتایج این پژوهش حاکی از این است که زبری ترک ها بر مسیر گسترش ترک و ضریب فاکتور شدت تنش در نوک ترک تاثیر دارد.

۵- نتیجه گیری

وجود درزه و ترک در سنگ امری اجتناب ناپذیر است. هر ترک تنها در محیط با توجه به هندسه و شرایط بارگذاری رشد و گسترش می یابد که می تواند تحت مودهای خالص و یا تحت مود

پیدا می‌کنند. زمانی که ترک زبر در نمونه‌ی دیسکی تحت بارگذاری فشاری قرار می‌گیرد ابتدا گسترش ترک در راستای پیش ترک گسترش یافته و سپس به سمت صفحات بارگذاری گسترش پیدا می‌کنند.

✓ نتایج تحلیل عددی نشان می‌دهد که با افزایش ضریب زبری ترک انحراف ترک‌های باله‌ای از پیش‌ترک اولیه کاهش پیدا می‌کند.

✓ نتایج تحلیل عددی نشان می‌دهد که افزایش زاویه‌ی لبه‌ی ترک بر مسیر گسترش زبری‌های بارتن تاثیر دارد.

گسترش ترک مثبت می‌باشد، بنابراین راستای گسترش ترک متمایل به جهت موازی محور بارگذاری خواهد بود.

✓ همان طور که از نتایج تحلیل‌های عددی در نمودارها مشاهده می‌شود زبری سطح ترک بر مسیر گسترش ترک تاثیر می‌گذارد.

✓ نتایج عددی نشان می‌دهد که زبری سطح ترک بر میزان ضریب شدت تنش در نوک ترک تاثیر دارد.

✓ ترک‌های باله‌ای ترک‌های کششی هستند که در نوک ترک شروع و در راستای ماکزیمم تنش فشاری گسترش

۶- فهرست نمادها

در جدول شماره ۲ سیاه‌ی نمادها آورده شده است.

جدول ۲- سیاه‌ی نمادها

شرح	واحد	نماد
تنش اعمالی	MPa	σ
طول ترک	m	l
ضریب شدت تنش مود اول	$MPa.m^{0.5}$	K_I
ضریب شدت تنش مود دوم	$MPa.m^{0.5}$	K_{II}
تنش برشی	MPa	τ
زاویه اصطکاک داخلی	degree	ϕ_r
مقاومت فشاری درزه	MPa	Jcs
ضریب زبری درزه	-	JRC
نصف طول ترک	mm	a

۷- منابع

- [1] Anderson, T.L. (1989). "Fracture Mechanics Fundamentals and Applications" Taylor & Francis," 43.
- [2] Backers, T. and Stephansson, O., (2012). 'ISRM suggested method for the determination of mode II fracture toughness'. In The ISRM Suggested Methods for Rock Characterization, Testing and Monitoring: 2007-2014 (pp. 45-56). Springer International Publishing.
- [3] Bobet A, Einstein HH. Fracture coalescence in rock-type materials under uniaxial and biaxial compression. Int J Rock Mech Min Sci 1998;35(7):863-88.
- [4] Chan, s.k., Tuba, I.S., Wilson, W.K. " ON The Finite Element Method In Linear Fracture Mechanics"Westinghouse Research Laboratories.Vol.2:(1-17). 1970.
- [5] Ghajar. R., (2014). "Fracture Mechanics & Fatigue." Faculty of Mechanical Engineering K.N Toosi University of Technology.
- [6] Griffith, A.A. 1920 The Phenomena of Rupture and Flow in Solids, Philosophical Transactions, Series A, Vol. 221, PP. 163-198.
- [7] Griffith, A. A., The theory of rupture. Proc. 1st Int. Congr. Appl. Mech. Delft, 1924, pp. 55-63.

- [8] Griffith, A. A., The phenomena of rupture and flow in solids. *Philos. Trans. R. Soc. London Ser. A*, 1921, 221,163-198.
- [9] Hoek E. Bieniawski Z.T. 1984 "Brittle fracture propagation in rock under compression" *International Journal of Fracture*. Vol. 26, pp. 276-294.
- [10] Hadei, M.R., Kemeny, J., Ghazvinian, A., Rezaiepoor, A., Sarfarazi, V. "New Development to Measure Mode I Fracture Toughness in Rock" *Periodica Polytechnica Civil Engineering*. pp. 51-55, 2017.
- Maugis, D. Stresses and displacements around cracks and elliptical cavities: exact solutions. *Engineering Fracture Mechanics*. 1992; 43(2): 217-255.
- [11] Smith, D. G. and Smith. C. W., (1972). "photo elastic determination of mixed mode stress intensity factors." *Eng. Fract. Mech*, 4. pp.357-366. 1972.
- [12] Wong R.H.C. Chau KT. 1998, "Crack coalescence in a rock-like material containing two cracks" *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*. Vol. 35(2), pp.147-164.